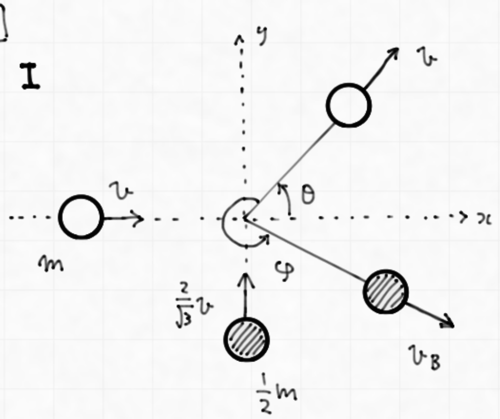
2019 久留米大医

$\boxed{1}$

I



(1) $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}m\left(\frac{2}{\sqrt{3}}v\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{3}mv^2 = \frac{5}{6}mv^2$

(2) Bが φの方向にすすむとして。

$$\begin{cases} mv = mv\cos 60^\circ + \frac{1}{2}mv_B\cos\varphi & \cdots ① \\ \frac{1}{\sqrt{3}}mv = mv\sin 60^\circ + \frac{1}{2}mv_B\sin\varphi & \cdots ② \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}m\left(\frac{2}{\sqrt{3}}v\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mv_B^2 \cdots ③$$

①.②より

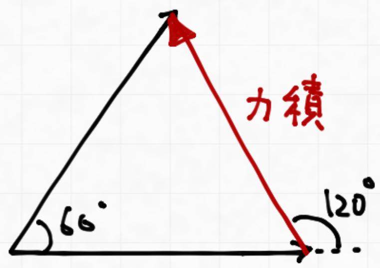
$$\begin{cases} v = v_B\cos\varphi & \cdots ①' \\ -v = \sqrt{3}v_B\sin\varphi & \cdots ②' \end{cases}$$

$\cos\varphi = -\sqrt{3}\sin\varphi$ $\tan\varphi = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\varphi = \frac{11}{6}\pi,\ \frac{5}{6}\pi$

$\varphi = \frac{5}{6}\pi$ のとき ①'より $v_B = -\frac{\sqrt{3}}{2}v < 0$ となるので不適

$\varphi = \frac{11}{6}\pi$ のとき ①'.②はともに $v_B = \frac{2}{\sqrt{3}}v = \frac{2\sqrt{3}}{3}v$

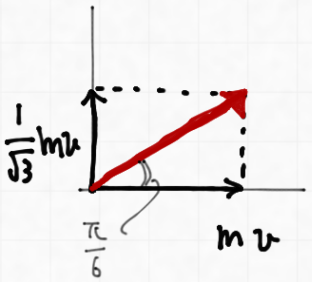


(3) 上図より **(カ)**

(4) 運動量保存

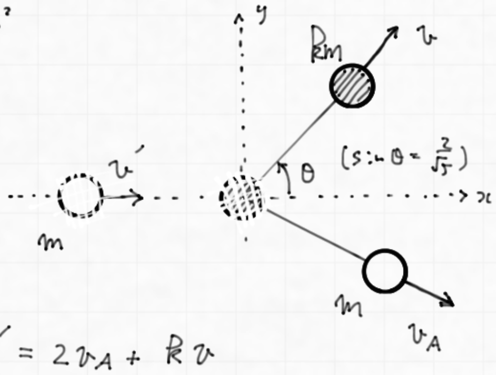
$$\sqrt{(mv)^2 + \left(\frac{1}{2}m\left(\frac{2}{\sqrt{3}}v\right)\right)^2} = \sqrt{m^2v^2 + \frac{1}{3}m^2v^2}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}}mv$$



(5) **(イ)**

(6) $\varphi = \frac{11}{6}\pi$ **(ケ)**



II

$$\begin{cases} mv' = mv_A\frac{2}{\sqrt{5}} + kmv\frac{1}{\sqrt{5}} \\ 0 = mv_A\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) + kmv\frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{5}v' = 2v_A + kv \\ 0 = -v_A + 2kv \end{cases}$$

$v_A = 2kv$

(7) $-\frac{1}{\sqrt{5}} \times v_A = -\frac{2k}{\sqrt{5}}v$

(8) $\sqrt{5}v' = 4kv + kv$ $v' = \sqrt{5}kv$

(9) $\frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{1}{2}kmv^2 = \frac{1}{2}m(\sqrt{5}kv)^2 - \frac{1}{2}m(2kv)^2 - \frac{1}{2}kmv^2 = \frac{1}{2}mv^2(k^2 - k)$

(10) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}v, \frac{2}{\sqrt{5}}v\right) - \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\cdot 2kv, -\frac{1}{\sqrt{5}}2kv\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}v - \frac{4}{\sqrt{5}}kv, \frac{2}{\sqrt{5}}v + \frac{2}{\sqrt{5}}kv\right)$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{5}}v - \frac{4}{\sqrt{5}}kv\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{5}}v + \frac{2}{\sqrt{5}}kv\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{5}v^2 - \frac{8}{5}kv^2 + \frac{16}{5}k^2v^2 + \frac{4}{5}v^2 + \frac{8}{5}kv^2 + \frac{4}{5}k^2v^2} = \sqrt{v^2 + 4k^2v^2}$$

$$= \sqrt{v^2 + 4k^2v^2} = v\sqrt{1 + 4k^2}$$

2019 久留米大

$\boxed{2}$

(1) $U = \frac{3}{2}\cdot 1\cdot R\cdot T = \frac{3}{2}RT$

(2) 自由膨張では仕事をしない　0

(3) T

(4) 体積比で分かれるので

A は $\frac{1}{4}$ mol　　B は $\frac{3}{4}$ mol

$P\cdot V = 1\cdot R\cdot T$

自由膨張 $\downarrow$　$0 = 0 + 0$　　　$P_c\cdot V = nR\cdot 2T$

$P_1\cdot(V+3V) = 1\cdot R\cdot T$

混合 $\downarrow$　$\frac{3}{2}\cdot 1\cdot RT + \frac{3}{2}n\cdot R\cdot 2T = \frac{3}{2}(1+n)R\cdot T_2$ …①

$P_2\cdot 5V = (1+n)RT_2$

(5) 物質量は体積比で分かれるので

Aにあるのは　$(1+n)\times\frac{V}{5V} = \frac{1+n}{5}$ mol

エネルギーが保存するので(①式)

$\frac{3}{2}RT + 3nRT = \frac{3}{2}(1+n)RT_2$　　より　$T_2 = \dfrac{\cancel{\frac{3}{2}}\cancel{R}T + \cancel{3}^{2}n\cancel{R}T}{\cancel{\frac{3}{2}}(1+n)\cancel{R}} = \frac{1+2n}{1+n}T$

圧力は　$P_2 = \frac{(1+n)RT_2}{5V} = \frac{\cancel{(1+n)}R}{5V}\cdot\frac{1+2n}{\cancel{1+n}}T = \frac{1+2n}{5V}RT$

(6) $T_2 = \frac{1+2n}{1+n}T = \left(2 - \frac{1}{1+n}\right)T$

$n\to\infty$ とすると $T_2 \to 2T$.　$n\to 0$ とすると $T_2\to T$

最小値は T.　最大値は 2T

(7) $T_2 = \frac{3}{2}T$ のとき　$\frac{1+2n}{1+n} = \frac{3}{2}$　より　$2+4n = 3+3n$　　$n = 1$

加熱前のエネルギーは　$\frac{3}{2}R\cdot(1+1)\cdot\frac{3}{2}T = \frac{9}{2}RT$

加熱中、体積は変わらず、定積変化するので、気体は仕事をしない.

3T のときのエネルギーは　$\frac{3}{2}R\cdot(1+1)\cdot 3T = 9RT$ なので

加熱に必要なエネルギーは　$9RT - \frac{9}{2}RT = \frac{9}{2}RT$

2019 久留米大

$\boxed{3}$ (1) 位相差は 抵抗 0 コイル $+\frac{\pi}{2}$ コンデンサー $-\frac{\pi}{2}$

したがって、遅れは. 抵抗 0 コイル $-\frac{\pi}{2}$ コンデンサー $+\frac{\pi}{2}$

(この問い方はひどい… まちがえて 位相差を答えてしまいます…)

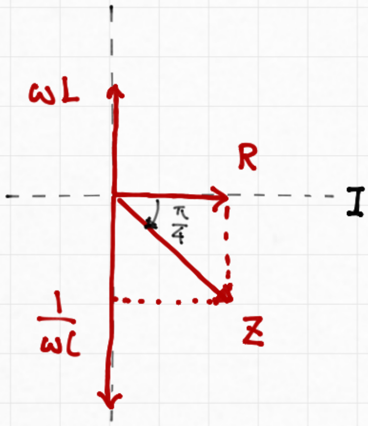
(2) それぞれの素子のリアクタンスは

抵抗 $\sqrt{2}\,(\Omega)$ コイル $2\pi fL = 2\pi \times 50 \times \frac{\sqrt{2}}{100\pi} = \sqrt{2}\,(\Omega)$

コンデンサー $\frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{1}{200\sqrt{2}\pi}} = 2\sqrt{2}\,(\Omega)$

直列回路の
インピーダンスの公式より

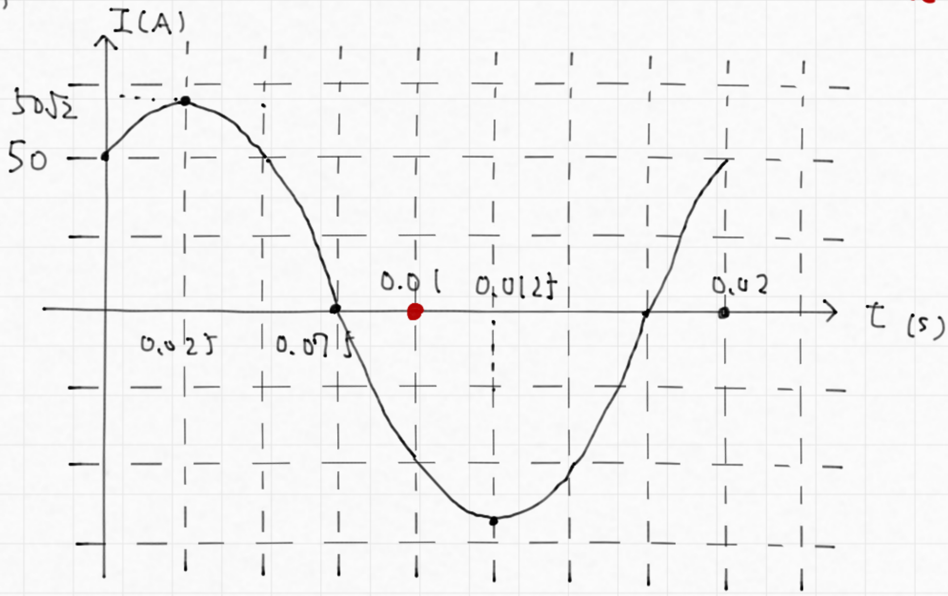
$$Z = \sqrt{\sqrt{2}^2 + (\sqrt{2} - 2\sqrt{2})^2} = 2$$



(3) $\frac{100}{Z} = \frac{100}{2} = 50$

(4) 右図より $\frac{\pi}{4}$ だけ遅れている

(5)



(6) $2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC}$ より

$$\cancel{2\pi} f \frac{\sqrt{2}}{\underset{50}{\cancel{100\pi}}} = \frac{1}{\cancel{2\pi} f \frac{1}{\underset{100}{\cancel{200\sqrt{2}\pi}}}}$$

$f^2 = 100\cancel{\sqrt{2}} \times \frac{50}{\cancel{\sqrt{2}}} = 5000$ $f = 50\sqrt{2}$

(7) $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = R = \sqrt{2}$ ($\because$ $\omega L = \frac{1}{\omega C}$)