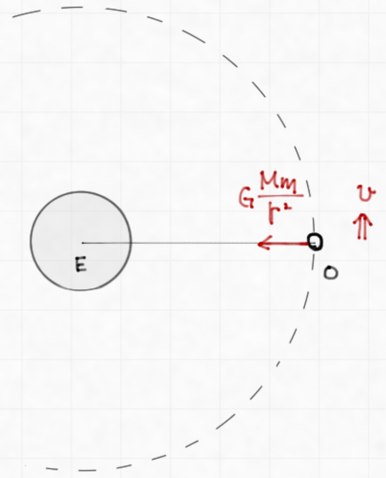
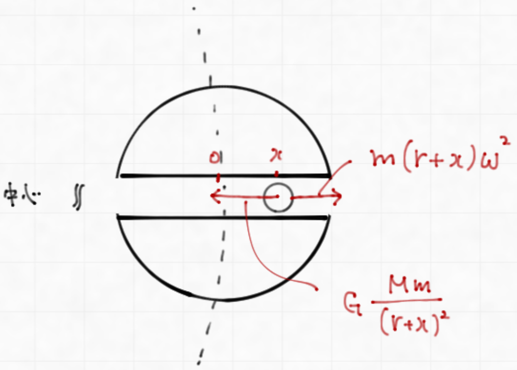
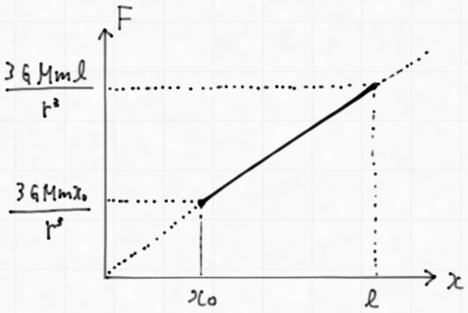
2019 大阪市立

1







問1 円運動の運動方程式

$$m\frac{v^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2} \quad \text{より} \quad v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$$

$$\text{周期} \; T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM}}$$

$$\text{角速度} \; \omega = \frac{v}{r} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{GM}{r}}$$

問2 万有引力は x 軸負の向きに働いていることに注意して

$$-G\frac{Mm}{(r+x)^2} = -GMm\frac{1}{r^2}\left(1+\frac{x}{r}\right)^{-2}$$

$$\fallingdotseq -GMm\frac{1}{r^2}\left(1-\frac{2x}{r}\right) = \frac{-GMm(r-2x)}{r^3}$$

問3 $$F = m(r+x)\omega^2 - G\frac{Mm}{(r+x)^2}$$

$$\fallingdotseq \cancel{G\frac{Mm}{r^2}} + mx\frac{GM}{r^3} - \cancel{GMm\frac{1}{r^2}} + GMm\frac{2x}{r^3}$$

$$= \frac{3GMmx}{r^3}$$

グラフは左のようになる。

問4 $$\text{仕事} = \int_{x_0}^{l} F\,dx = \frac{1}{2}(l-x_0)\left(\frac{3GMmx_0}{r^3} + \frac{3GMml}{r^3}\right)$$

$$= \frac{3GMm}{2r^3}(l^2 - x_0^2)$$

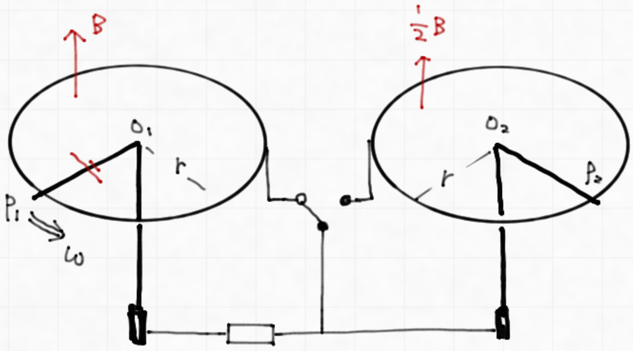
問5 仕事 = エネルギーの変化量

飛び出すときの速度の x 成分を v_x として

$$\frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{3GMm}{2r^3}(l^2 - x_0^2)$$

$$v_x = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{3GM}{r}(l^2 - x_0^2)}$$

2019 大阪市立

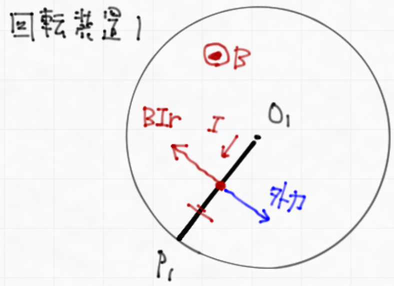


2

問1 $\pi r^2 \times \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2}r^2\omega$

問2 $V = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B \times \frac{1}{2}r^2\omega = \frac{1}{2}r^2\omega B$

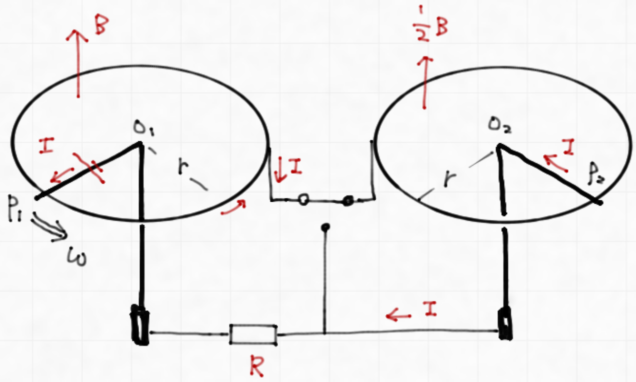
レンツの法則より 電位が高いのは P_1



問3 右図のように O_1P_1 の中点に
電磁気力 BIr と同じ大きさの力をかけ続けなければ
ならない

$$\text{外力} = BIr = Br\frac{V}{R} = \frac{Br}{R} \times \frac{1}{2}r^2\omega B = \frac{B^2r^3\omega}{2R} \ (\mathrm{N})$$

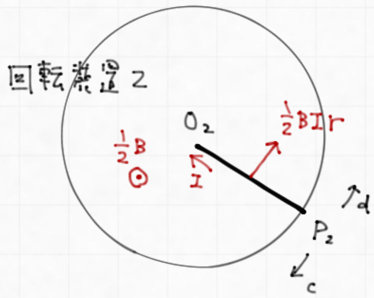
問4 $O_1 \to P_1$ の向きに電流が流れるので $P_2 \to O_2$ の向きに電流が流れる. 磁場の向きは上向きなので左手の法則より 回転装置2には右下図の向きに電磁気力が働く. したがって向きは d



問5 O_2P_2 には $\frac{1}{2}\left(\frac{B}{2}\right)r^2\omega'$ の大きさの逆起電力が発生する. したがって回路の式は

$$\frac{1}{2}r^2\omega B - \frac{1}{4}r^2\omega' B = IR$$

$$I = \frac{r^2B}{4R}(2\omega - \omega')$$



問6 O_2P_2 にかかる力が0となったとき、速度は一定となるが、それは電流が流れなくなったときである.

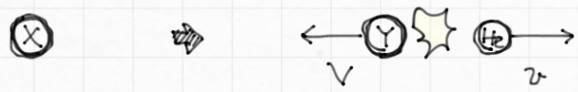
$$I = \frac{r^2B}{4R}(2\omega - \omega_2) = 0 \quad \text{より} \quad \omega_2 = 2\omega$$

また, 電流が流れていないのだから 消費電力は 0

2019 大阪市大

3

$${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A'}_{Z'}Y + {}^{4}_{2}He$$



Yの質量数をA'，原子番号をZ'として

$$A = A'+4,\quad Z = Z'+2 \quad \cdots ①$$

運動量保存

$$M_1 V - m v = 0 \quad \cdots ②$$

質量欠損 = エネルギー

$$(M_0 - M_1 - m)c^2 = \frac{1}{2}M_1 V^2 + \frac{1}{2}m v^2 \quad \cdots ③$$

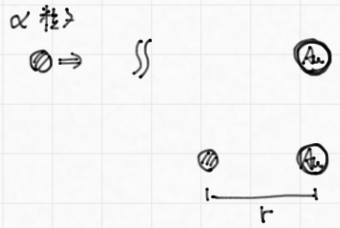
問1 ③より $(M_0-M_1-m)c^2$

問2 ③に②を代入してVを消す

$$(M_0-M_1-m)c^2 = \frac{1}{2}M_1\left(\frac{m}{M_1}v\right)^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2\left(\frac{m}{M_1}+1\right) = (M_0-M_1-m)c^2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{M_1(M_0-M_1-m)}{m+M_1}c^2$$

問3



$$K = k_0\frac{79e\cdot 2e}{r} \qquad r = \frac{158k_0e^2}{K}$$

問4 α崩壊すると原子番号は2，質量数が4 減少し．
β崩壊すると原子番号は1増え，質量数は変化しない．

$$235-4n = 223, \quad 92-2n+k = 88 \qquad \therefore n=3,\ k=2$$

問5 現在の${}^{235}U$の存在量をN_1　${}^{238}U$の存在量をN_2とする $(N_1:N_2 = 1:140)$
t年前の存在量をN_1'，N_2'として

$$N_1' = N_1\times 2^{\frac{t}{7.5\times10^8}}, \quad N_2' = N_2\times 2^{\frac{t}{4.5\times10^9}}$$

$t=4.5\times10^9$のとき

$$N_1':N_2' = N_1\times 2^{\frac{4.5}{7.5}} : N_2\times 2^1 = N_1\times 2^6 : N_2\times 2 = 32N_1:N_2 = 32:140$$

$$= 8:35$$

問6

$$\underbrace{\frac{1.1\times10^{-7}\times10^3}{235}\times 6.0\times10^{23}}_{個}\times \underbrace{2.0\times10^8}_{eV}\times 1.6\times10^{-19} = 9.0\times10^6 \ (J)$$