2016 大阪医大

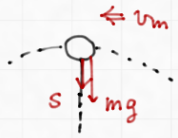
1

(1) 単振り子 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

(2)

運動方程式 $m\dfrac{v^2}{l} = S - mg$ $\qquad S = m\dfrac{v^2}{l} + mg$

(3)



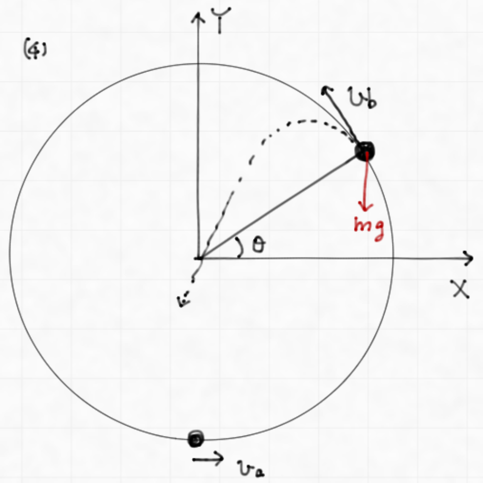
運動方程式 $m\dfrac{v_m^2}{l} = mg + S$

$S = m\dfrac{v_m^2}{l} - mg \geqq 0$ のとき 糸はたるまないので $v_m \geqq \sqrt{lg}$

(3) エネルギー保存 $\dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}mv_m^2 + mg \times 2l$

$v_m^2 = v^2 - 4gl \geqq lg \qquad v \geqq \sqrt{5gl}$

(4)



左のようにθをとる。糸がたるみ始めるとき、張力は0になっていることに注意して、運動方程式とエネルギー保存の式を立てる

$$\begin{cases} m\dfrac{v_b^2}{l} = mg\sin\theta & \cdots ① \\ \dfrac{1}{2}mv_a^2 = \dfrac{1}{2}mv_b^2 + mg(l + l\sin\theta) & \cdots ② \end{cases}$$

糸がたるんだ後の運動は放物運動。

$$\begin{cases} X = l\cos\theta - v_b\sin\theta\cdot t \\ Y = l\sin\theta + v_b\cos\theta\cdot t - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

原点を通るので

$$0 = l\cos\theta - v_b\sin\theta\cdot t \qquad \cdots ③$$

$$0 = l\sin\theta + v_b\cos\theta\cdot t - \dfrac{1}{2}gt^2 \qquad \cdots ④$$

①〜④を連立する。③より $t = \dfrac{l\cos\theta}{v_b\sin\theta}$ を④に代入

$$\frac{1}{2}g\frac{l^2\cos^2\theta}{v_b^2\sin^2\theta} - \cancel{v_b}\cos\theta\cdot\frac{\cancel{l}\cos\theta}{\cancel{v_b}\sin\theta} - \cancel{l}\sin\theta = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{lg\cos^2\theta}{2v_b^2\sin^2\theta} = \frac{1}{\sin\theta} \qquad \Leftrightarrow \qquad v_b^2 = \frac{1}{2}gl\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta}$$

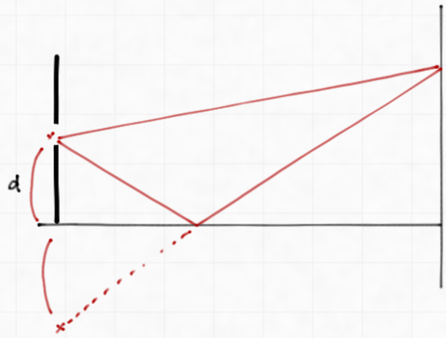
これを①に代入 $\dfrac{\cancel{m}}{\cancel{l}}\times\dfrac{1}{2}\cancel{g}\cancel{l}\dfrac{\cos^2\theta}{\sin\theta} = \cancel{m}\cancel{g}\sin\theta \quad \Leftrightarrow \quad \cos^2\theta = 2\sin^2\theta = 2 - 2\cos^2\theta$

$\cos^2\theta = \dfrac{2}{3}$, $\sin^2\theta = \dfrac{1}{3}$ $\quad \therefore\ v_b^2 = \dfrac{1}{2}gl \times \dfrac{2}{3} \times \sqrt{3} = \dfrac{gl}{\sqrt{3}}$

$$v_a^2 = v_b^2 + 2gl + 2gl\sin\theta = \frac{gl}{\sqrt{3}} + 2gl + \frac{2gl}{\sqrt{3}} = (2+\sqrt{3})gl$$

$$(X, Y) = (l\cos\theta,\ l\sin\theta) = \left(\frac{\sqrt{2}\,l}{\sqrt{3}},\ \frac{l}{\sqrt{3}}\right)$$

2016 大阪医大



11

(1) $L_1 = \{L^2 + (x-d)^2\}^{\frac{1}{2}} = L\left\{1 + \left(\frac{x-d}{L}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \fallingdotseq L\left(1 + \frac{(x-d)^2}{2L^2}\right)$ ①

$L_2 = \{L^2 + (x+d)^2\}^{\frac{1}{2}} \fallingdotseq L\left(1 + \frac{(x+d)^2}{2L^2}\right)$ ②

(2) 強めあい条件

$$\frac{L_2 - L_1}{\lambda} \times 2\pi + \pi = 2\pi \times m \qquad (m = 1, 2, 3 \cdots)$$

$$\frac{1}{\cancel{2L}}\{(x+d)^2 - (x-d)^2\} \times \frac{2\pi}{\lambda} + \pi = 2m\pi$$

$$\frac{4dx}{L\lambda} \times 2\cancel{\pi} + \overset{1}{\cancel{\pi}} = 2m\cancel{\pi} \qquad x = (2m-1) \times \frac{L\lambda}{4d}$$

$x=1$のとき $\overline{CP_1} = \frac{L\lambda}{4d}$ ③ $\overline{CD} = \overline{CP_5} = (2\cdot 5-1)\frac{L\lambda}{4d} = \frac{9L\lambda}{4d}$ ④

(3) xが $(2m-1) \times \frac{L(2\lambda)}{4d}$ となるので

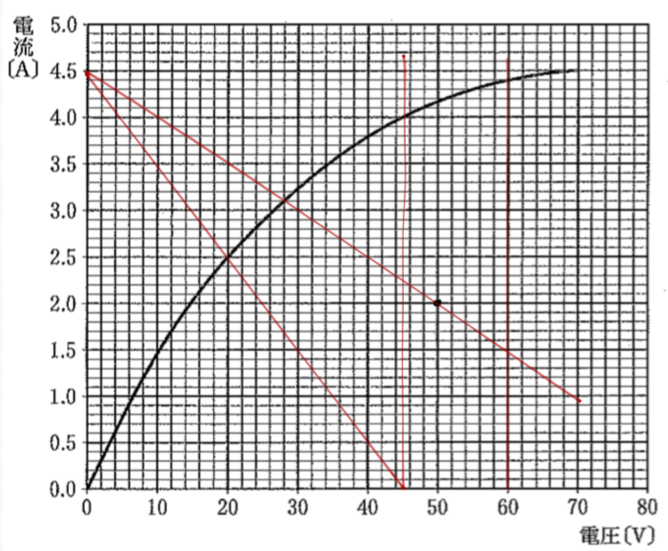
$$(2m-1)\frac{\cancel{L}\cdot 2\cancel{\lambda}}{\cancel{4d}} < \overline{CD} = \frac{9\cancel{L\lambda}}{\cancel{4d}} \iff m < \frac{11}{4} \qquad \therefore m = 1, 2 \text{ の } \mathbf{2}\text{ ヵ所}$$ ⑤

(4) 光学距離が変わっていないので

$$\frac{1}{2L}\{(x+d)^2 - (x-d)^2\} = \frac{1}{2L'}\{(x+d)^2 - (x-d)^2\} \times n \qquad \therefore L' = nL$$ ⑥

(5) 波長が長いほど水の屈折率は**小さく**⑦なるので、光学距離は短くなり、各輝点は**D側**⑧にずれる。最もCに近い輝点は③より $\frac{L\cdot 2\lambda}{4d} \times \frac{n}{n'} = \frac{nL\lambda}{2n'd}$ ⑨

2016 大阪医大



111 (1) $90 = 20I + V$ より $I = \dfrac{9}{2} - \dfrac{1}{20}V$ ① ②

グラフとの交点を読みとり $I = 3.1$ (A) ③

消費電力が等しくなるのは電球の抵抗値が可変抵抗 R_1 と等しくなるときなので

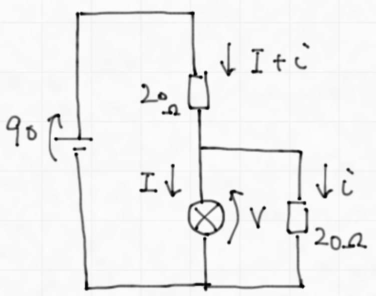
$$90 = R_1 \times I + V \quad , \quad R_1 = \frac{V}{I}$$

$$90 = 2V \qquad \therefore V = 45$$

このとき、グラフより $I = 4.0$ (A) $\quad R_1 = \dfrac{45}{4.0} = 11.25 = 11$ (Ω) ④

$P = I \cdot V = 180$ (W) ⑤

(2)



$$\begin{cases} 90 = 20(I+i) + V \\ V = 20i \end{cases}$$

i を消去して $90 = 20i + 2V \iff i = \dfrac{9}{2} - \dfrac{1}{10}V$ ⑥ ⑦

これとグラフの交点で読みとる

$I = 2.5$ (A)

電力が等しいときの抵抗値を R_1, R_2 とすると

$$\begin{cases} 90 = R_1(I+i) + V \\ V = iR_2 \end{cases} \quad , \quad (I+i)^2 R_1 = i^2 R_2 = VI$$

連立して

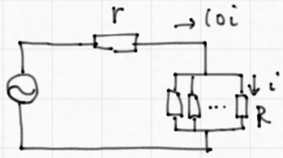
$i \times V = VI$ より $i = I$ $\qquad 4I^2 R_1 = VI$ より $IR_1 = \dfrac{1}{4}V$

$90 = \dfrac{1}{4}V + \dfrac{V}{4I} \cdot I + V = \dfrac{3}{2}V \qquad V = 60$ (V) ⑨ このとき $I = 4.4$ (A) ⑩

$R_1 = \dfrac{V}{4I} = \dfrac{60}{4 \times 4.4} = 3.4$ (Ω) ⑪ $\qquad R_2 = \dfrac{V}{i} = \dfrac{60}{4.4} = 14$ (Ω) ⑫

2016 大阪医大

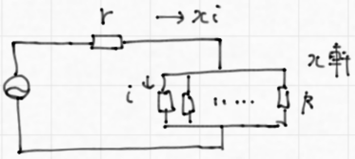
IV (1)



各家庭の抵抗値をR，流れる電流をi，送電線の抵抗値をrとして

$$\frac{(10i)^2 r}{i^2R\times 10+(10i)^2 r}=\frac{2}{100}$$

$$\frac{10r}{R+10r}=\frac{2}{100} \iff R=490r$$



x軒が電気を使ったときの電力損失が10%とすると

$$\frac{(xi)^2 r}{i^2Rx+(xi)^2 r}\geqq\frac{10}{100}$$

$$\frac{xr}{R+xr}\geqq\frac{1}{10} \qquad 9xr\geqq R=490r$$

$x\geqq 54.4\cdots$ **55軒以上**

(2) $G\dfrac{Mm}{(2R)^2}=m\dfrac{v^2}{(2R)}$ $\quad v=\sqrt{\dfrac{GM}{2R}}$ $\quad T=\dfrac{2\pi\cdot 2R}{v}=4\pi R\sqrt{\dfrac{2R}{GM}}$

また $G\dfrac{Mm}{R^2}=mg$ より $GM=R^2g$ を代入 $\quad T=4\pi\cancel{R}\sqrt{\dfrac{2R}{\cancel{R^2}g}}=\mathbf{4\pi\sqrt{\dfrac{2R}{g}}}$

(3) ド・ブロイ波長が $\lambda=\dfrac{h}{mv}$ だから 長さは **(A)** $\dfrac{h}{mc}$

長さ÷速さ＝時間となるので $\dfrac{h}{mc}\div c=\dfrac{h}{mc^2}$ **(F)** の次元は時間

(4) ① **−2** ② **−4** ③ **+1** ④ **0**

α崩壊をx回β崩壊をy回行うとして

$92-2x+y=82$ かつ $238-4x=206$ より

$x=\mathbf{8}$ ⑤ $y=\mathbf{6}$ ⑥