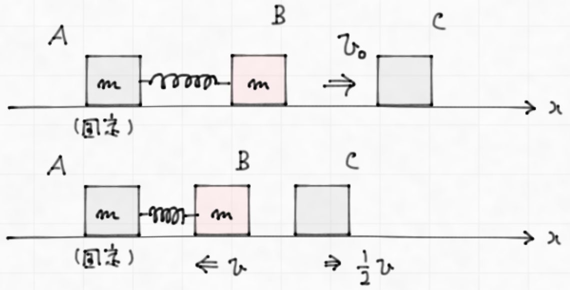
2020北海道大

1

問1 (1) 衝突前のCの速度を v_0 (<0) とする。

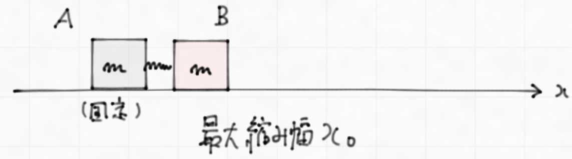
はねかえりの式

$$-0.5=\frac{\frac{1}{2}v-(-v)}{v_0-0} \qquad v_0=\mathbf{-3v}$$



(2) 最大の縮み幅を x_0 として エネルギー保存則より

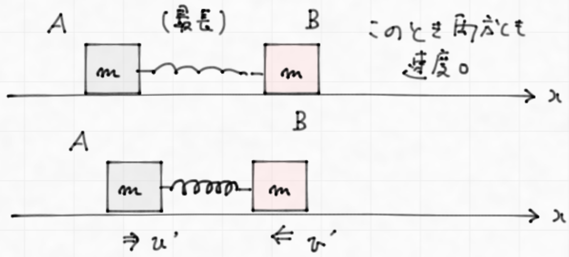
$$\frac{1}{2}kx_0^2=\frac{1}{2}mv^2 \qquad x_0=\boldsymbol{v\sqrt{\frac{m}{k}}}$$



(3) 周期をTとして $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

最も伸びるのは $\frac{3}{4}$周期後 $\frac{3}{4}T=\boldsymbol{\frac{3}{2}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

(4) Bの速度が0となったときが最も伸びている **0**



(5) (6) ばねの長さが最長となったとき A, Bはいずれも速度が0でその後、外力も働かないので重心の速度は **0** (6)

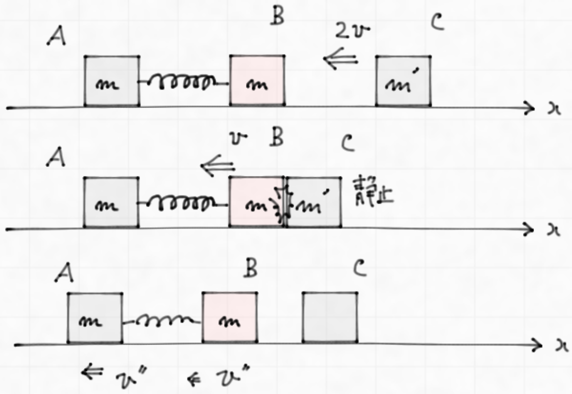
したがってばねが自然長となったとき、Aの速度を v' とするとBは $-v'$ となっている。

エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}kx_0^2=\frac{1}{2}mv'^2\times 2$$

x_0を代入して

$$\frac{1}{2}\cancel{k}v^2\frac{\cancel{m}}{\cancel{k}}=\cancel{m}v'^2 \qquad v'=\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{2}}v}$$



問2 (7) 運動量保存 $m'(-2v)=m(-v)+m'\times 0$ より

$$m'=\boldsymbol{\frac{1}{2}m}$$

(8) $\frac{1}{2}m'(-2v)^2-\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}m\times 4v^2-\frac{1}{2}mv^2=\boldsymbol{\frac{1}{2}mv^2}$

(9) (10) 最も縮んだとき、A, Bの速度は等しくなっている(これを $-v''$ とする)

ばねの縮み幅を x_1 として

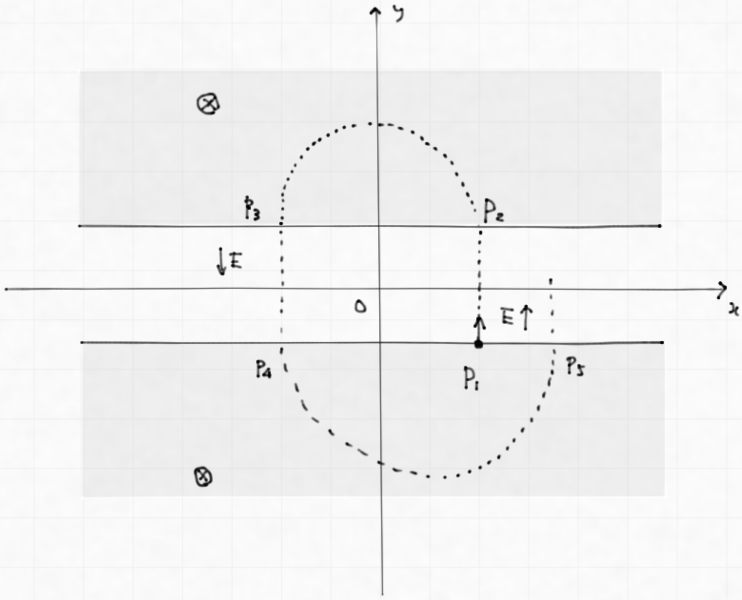
$$\begin{cases} \text{エネルギー保存} & \frac{1}{2}kx_1^2+\frac{1}{2}mv''^2+\frac{1}{2}mv''^2=\frac{1}{2}mv^2 \\ \text{運動量保存} & mv''+mv''=m(-v) \end{cases}$$

$$v''=\boldsymbol{-\frac{1}{2}v}$$

$$kx_1^2=mv^2-2m\left(-\frac{1}{2}v\right)^2=\frac{1}{2}mv^2 \qquad x_1=\boldsymbol{v\sqrt{\frac{m}{2k}}}$$

2020 北海道大

2



問1 (1) qER

(2) $qER = \frac{1}{2}mv^2$ より　$v = \sqrt{\frac{2qER}{m}}$

(3) 半径 R の円運動を行っているので
磁束密度を B として

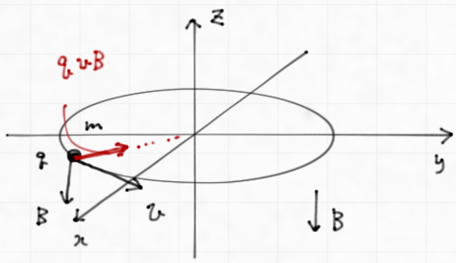
$$m\frac{v^2}{R} = qvB$$

$$B = \frac{mv}{qR} = \frac{m}{qR}\sqrt{\frac{2qER}{m}} = \sqrt{\frac{2mE}{qR}}$$

(4) P_4 でのエネルギーは $qER \times 2$

このときの速さを v_2 として　$\frac{1}{2}mv_2^2 = 2qER$　∴ $v_2 = \sqrt{2}\,v$

半径を R' として　$m\frac{v_2^2}{R'} = qv_2B$ より　$R' = \frac{mv_2}{qB} = \cancel{\frac{m}{q}}\sqrt{2}\sqrt{\frac{2\cancel{qE}R}{\cancel{m}}}\sqrt{\frac{\cancel{q}R}{\cancel{2mE}}} = \sqrt{2}R$



問2 (5) 運動方程式　$m\frac{v^2}{R} = qvB$ より　$v = \frac{qR}{m}B$

(6) 周期 $T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi \cancel{R}\cdot\frac{m}{qB\cancel{R}} = \frac{2\pi m}{qB}$

(7) $V = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = a\pi R^2\frac{\Delta B}{\Delta t}$

(8) 軌道に大きさ E の一様な電場が生じるものと考えられるので

$2\pi RE = V$ より　$E = \frac{1}{2\cancel{\pi R}}\times a\cancel{\pi}R^{\cancel{2}}\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{1}{2}aR\frac{\Delta B}{\Delta t}$

(9) 運動量の変化と力積の関係より

$m\Delta v = qE\Delta t$ より.　$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{qE}{m} = \frac{aqR}{2m}\cdot\frac{\Delta B}{\Delta t}$　これより $\Delta v = \frac{aqR}{2m}\Delta B$ …①

(10) 運動方程式　$m\frac{(v+\Delta v)^2}{R} = q(v+\Delta v)(B+\Delta B)$ より

$$\frac{m(v+\Delta v)}{R} = q(B+\Delta B)$$

ここに $v = \frac{qRB}{m}$ を代入　$\frac{m}{R}\Delta v = q\Delta B$ より　$\Delta v = \frac{qR}{m}\Delta B$ …②

①②を同時に満たすためには $a = 2$ でなければならない.

2020 北海道大

3 右の表をまとめつつ解答している.

A. $aP_0\cdot V_0 = 1\cdot R\cdot T_A$

定積 ↓ $Q_{AB} = 0 + \frac{3}{2}R(T_B-T_A)$

B. $bP_0\cdot V_0 = 1\cdot R\cdot T_B$

断膨 ↓ $0 = W_{BC} + \frac{3}{2}R(T_C-T_B)$

$bP_0\cdot V_0^{\frac{5}{3}} = aP_0(cV_0)^{\frac{5}{3}}$

C. $aP_0\cdot cV_0 = 1\cdot R\cdot T_C$

定積 ↓ $Q_{CD} = 0 + \frac{3}{2}R(T_D-T_C)$

D. $P_0\cdot cV_0 = 1\cdot R\cdot T_D$

断縮 ↓ $0 = \underset{負}{W_{DA}} + \frac{3}{2}R\underset{正}{(T_A-T_D)}$

$P_0(cV_0)^{\frac{5}{3}} = aP_0V_0^{\frac{5}{3}}$

(1) $\Delta U_{AB} = \frac{3}{2}R(T_B-T_A) = \frac{3}{2}P_0V_0(b-a)$

(2) $\Delta U_{BC} = \frac{3}{2}R(T_C-T_B) = \frac{3}{2}P_0V_0(ac-b)$

(3) $Q_1 = Q_{AB} = \Delta U_{AB}$

$W_1 = W_{BC} = -\Delta U_{BC}$　　(ア)

(3) $Q_2 = Q_{CD} = \frac{3}{2}R(T_D-T_C) = \frac{3}{2}cP_0V_0(1-a)$

(4) $W_2 = W_{DA} = -\frac{3}{2}R(T_A-T_D) = -\frac{3}{2}P_0V_0(a-c)$

(5)
(6) $b\cancel{P_0}\cdot V_0^{\frac{5}{3}} = a\cancel{P_0}(cV_0)^{\frac{5}{3}}$ より $b = ac^{\frac{5}{3}}$

$\cancel{P_0}(cV_0)^{\frac{5}{3}} = a\cancel{P_0}V_0^{\frac{5}{3}}$ より $a = c^{\frac{5}{3}}$

$\underbrace{c = a^{\frac{3}{5}}}_{(6)}$　　$\underbrace{b = a^2}_{(5)}$

(7) $e_1 = \frac{Q_1+Q_2}{Q_1} = \frac{\cancel{\frac{3}{2}P_0V_0}(b-a) - \frac{3}{2}c(a-1)\cancel{P_0V_0}}{\cancel{\frac{3}{2}}P_0V_0(b-a)} = \frac{b-a-ac+c}{b-a} = \frac{a^2-a-a^{\frac{8}{5}}+a^{\frac{3}{5}}}{a^2-a}$

$= 1 - \frac{a^{\frac{3}{5}}(a-1)}{a^2-a} = 1 - a^{-\frac{2}{5}}$

問2 (い) 面積の大小関係より　$W_1 > W_2$　(ウ)

(う) C→A は熱量を放出しているので, サイクル C_1, C_2 のいずれも外部から熱量を吸収しているのは A→B の過程のみで, その大きさは等しい　$\tilde{Q}_1 = \tilde{Q}_2$　(イ)

(え) $\frac{W_1}{\tilde{Q}_1} > \frac{W_2}{\tilde{Q}_2}$ となるので $e_1 > e_2$　(ウ)

問3 断熱膨張では温度が下がり断熱圧縮では温度が上がる

$T_A < T_B > T_C > T_D < T_A$　,　$T_C > T_A$

$T_D < T_A < T_C < T_B$　(ア), (イ), (ウ), (オ)のいずれか

C→Aは定圧変化で, このとき体積は絶対温度に比例する　$\left(\because V = \left(\frac{nR}{P}\right)T\right)$

したがって C→Aは直線変化　(ア)(オ)のいずれか.

B→Cのとき　$PV^{\frac{5}{3}}$ = 一定 および $\frac{PV}{T}$ = 一定 より $TV^{\frac{2}{3}}$ = 一定.

∴ $T = kV^{-\frac{2}{3}}$ が成り立っている. これは下に凸なグラフだから,　(ア)　が正しいグラフである.