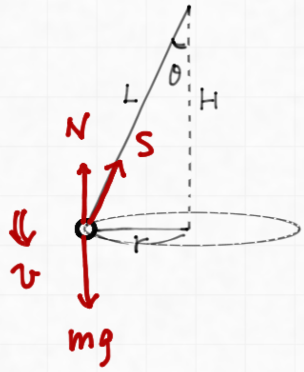
2020 大阪医大(後)

1

(1) 右のように力 N, S, 角θ 半径 r を定義する



鉛直方向の力のつりあい $N + S\cos\theta = mg$

水平方向の運動方程式 $m\dfrac{v^2}{r} = S\sin\theta$

$\left(\cos\theta = \dfrac{H}{L},\ \sin\theta = \dfrac{r}{L},\ L^2 = H^2 + r^2\right.$

(a) 向心力 $= m\dfrac{v^2}{r} = \dfrac{mv^2}{\sqrt{L^2 - H^2}}$

張力の大きさ $= S = \dfrac{mv^2}{r\sin\theta} = \dfrac{mv^2L}{r^2} = \dfrac{mv^2L}{L^2 - H^2}$

周期 $= \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi}{v}\sqrt{L^2 - H^2}$

(b) 抗力 $= N = mg - S\cos\theta = mg - \dfrac{mv^2H}{L^2 - H^2}$

(c) 床から離れるとき $N = 0$ となるので、

$$mg - \frac{mv^2H}{L^2 - H^2} = 0 \iff v^2 = \frac{\cancel{m}g(L^2 - H^2)}{\cancel{m}H} \iff v = \sqrt{\frac{g}{H}(L^2 - H^2)}$$

このとき $S = \dfrac{mL}{\cancel{L^2 - H^2}} \times \dfrac{g\cancel{(L^2 - H^2)}}{H} = \dfrac{mgL}{H}$

(2) (d) 周期 $= 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ だから L, g で決まる　ア, エ

(e) L (ア)　(f) 小さい (ア)

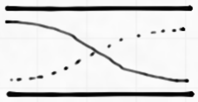
(g) (1) より 周期 $= 2\pi r \times \dfrac{1}{v} = 2\pi\cancel{\sqrt{L^2 - H^2}} \times \sqrt{\dfrac{H}{g\cancel{(L^2 - H^2)}}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{H}{g}}$　(N=0 のときの v を用いている)

(h) L (ア)

(i) $2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$

2020 大阪医大（後）

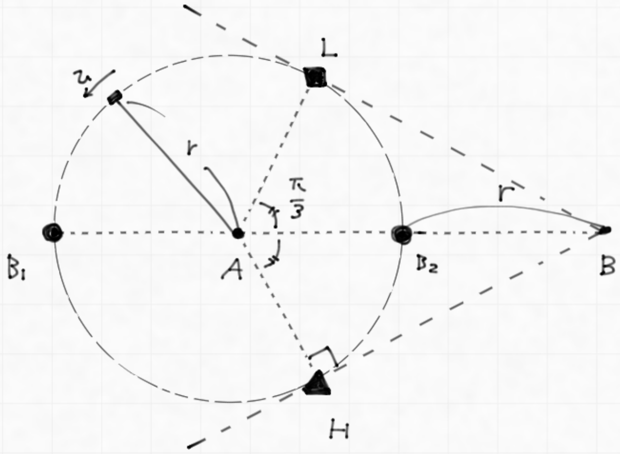
II

(1) 

筒の長さ ＝ 半波長

$l = \frac{\lambda}{2}$

より $f_B = \frac{s}{2l}$

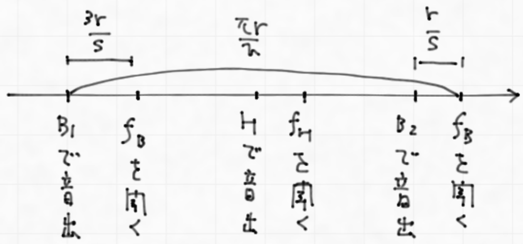


(2) ドップラー効果の公式より

$f_H = f_B \times \frac{s}{s-v}$　，$f_L = f_B \times \frac{s}{s+v}$

(3) 右図

(4) $\overline{BH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2r = \sqrt{3}r$　だから　$T_a = \frac{\sqrt{3}r}{s}$

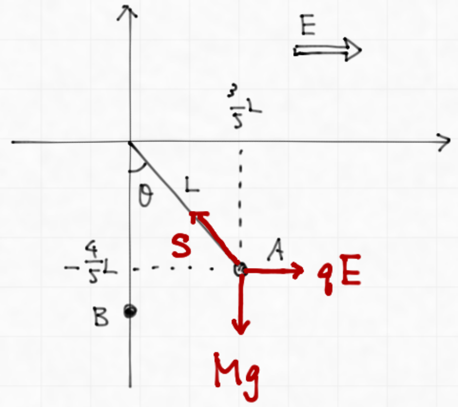
(5) 

$\left(\frac{\pi r}{v} + \frac{r}{s}\right) - \frac{3r}{s} = \frac{\pi r}{v} - \frac{2r}{s}$

(6) (5)と同様　$\frac{5}{6} \times \frac{2\pi r}{v} + \frac{\sqrt{3}r}{s} - \frac{r}{s} = \frac{5\pi r}{3v} + \frac{\sqrt{3}r}{s} - \frac{r}{s}$

2020 大阪医大(後)

III



電気量を q として

$$\begin{cases} x\text{方向の力のつりあい} & qE = S\sin\theta \\ y\text{方向の力のつりあい} & S\cos\theta = Mg \end{cases}$$

$$\cos\theta = \frac{4}{5},\ \sin\theta = \frac{3}{5}$$

① $q = \frac{S}{E}\sin\theta = \frac{Mg}{E}\tan\theta = \mathbf{\frac{3Mg}{4E}}$

② $-E\cdot\frac{3}{5}L = \mathbf{-\frac{3}{5}EL}$

③ $Mg(L - L\cos\theta) = \mathbf{\frac{1}{5}MgL}$

④ $\Delta U = +\frac{3}{5}ELq - \frac{1}{5}MgL = +\frac{3}{5}EL\cdot\frac{3Mg}{4E} + \frac{1}{5}MgL$

$$= \mathbf{\frac{1}{4}MgL}$$

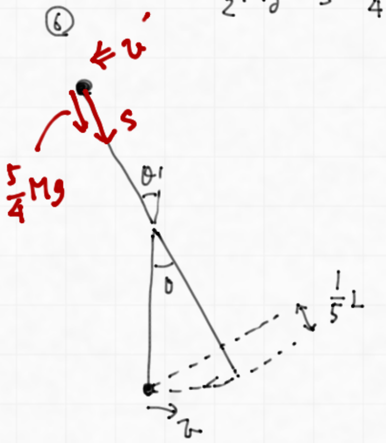
⑤ 円運動をしている

$$\begin{cases} \text{エネルギー保存} & \frac{1}{4}MgL = \frac{1}{2}mv^2 \\ \text{運動方程式} & m\frac{v^2}{L} = S - Mg\cos\theta - qE\sin\theta \end{cases}$$

$$Mg\cos\theta + qE\sin\theta = \frac{4}{5}Mg + \frac{3Mg}{4E}\times E\times\frac{3}{5} = \frac{5}{4}Mg \quad \cdots(\text{見かけの重力})$$

$$\frac{1}{2}Mg = S - \frac{5}{4}Mg \iff S = \mathbf{\frac{7}{4}Mg}$$

⑥



見かけの重力を用いて

$$\begin{cases} \frac{1}{2}Mv^2 + M\frac{5}{4}g\cdot\frac{1}{5}L = \frac{1}{2}Mv'^2 + M\cdot\frac{5}{4}g\cdot 2L \\ m\frac{v'^2}{L} = S + \frac{5}{4}Mg \\ S \geqq 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{4}MgL = \frac{1}{2}SL + \frac{5}{8}MgL + \frac{5}{2}MgL$$

$$\frac{1}{2}SL = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{8}(2-5-20)MgL \geqq 0$$

$$v^2 \geqq \frac{23}{4}gL$$

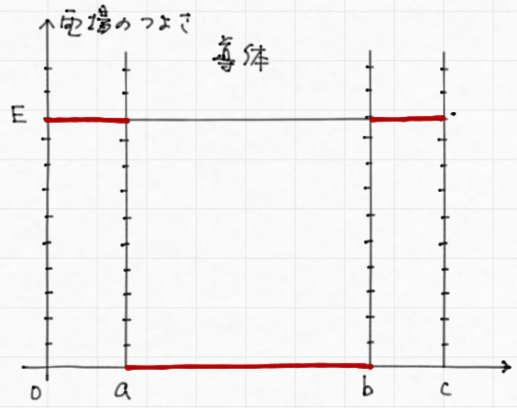
$$v \geqq \mathbf{\frac{1}{2}\sqrt{23gL}}$$

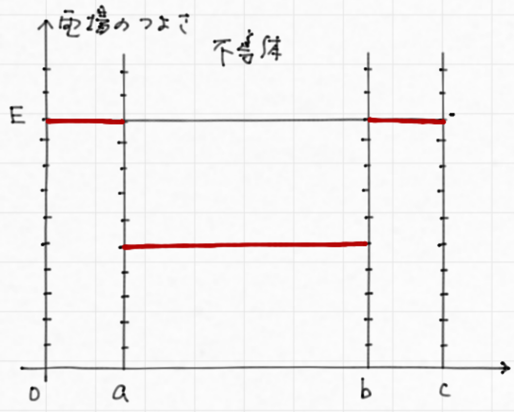
⑧ 重力，静電気力がともに2倍となるので見かけの重力の向きは変わらない　**(イ)**

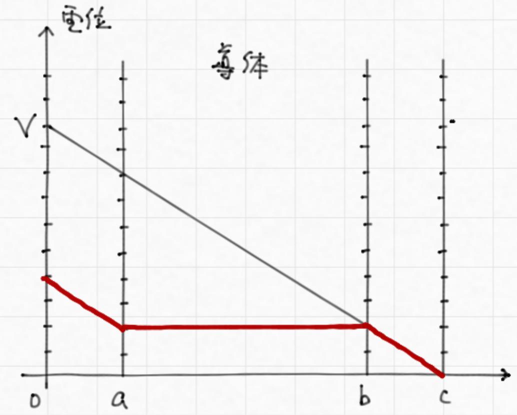
⑨ 見かけの重力は大きくなるので必要な仕事量は増加する　**(ア)**

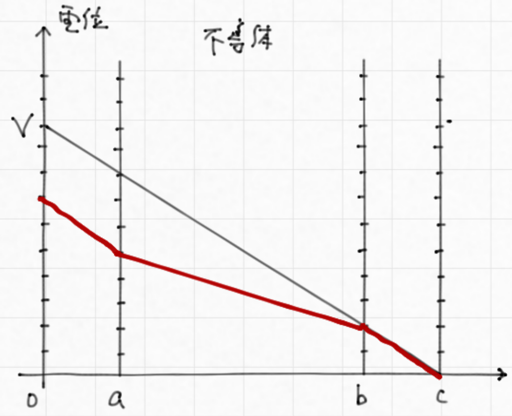
2020 大阪医大（後）

IV (1)









(2) イ, ウ, カ, コ

(3) (a) 対称性を考えて立体の中央に重心がある　$(x, y, z) = \left(\frac{L}{2}, L, \frac{L}{2}\right)$

(b) (a)に追加された部分の重心は　$x = \frac{L}{2}$, $y = \frac{L}{2}$, $z = \frac{7}{4}L$　重さは8本分

(a)の重さは20本分だったので

$$x = \frac{L}{2},\quad y = L \times \frac{20}{28} + \frac{L}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{8}^{4}}{28} = \frac{6}{7}L,\quad z = \frac{L}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{20}^{10}}{28} + \frac{7}{\cancel{4}}L \times \frac{\cancel{8}^{2}}{28} = \frac{6}{7}L$$

$$(x, y, z) = \left(\frac{L}{2}, \frac{6}{7}L, \frac{6}{7}L\right)$$