岡山理科大学2019 SA1/30

1 (1) (2, -1) を通るので2次関数は $y=a(x-2)^2-1$ とおける

これが(4, 3)を通るとき、 $3=a(4-2)^2-1$ $a=1$ よってもとめる2次関数は $y=(x-2)^2-1$

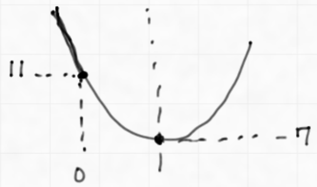
(2) 2次関数は $y=a(x-3)^2+b$ とおける.

(4, 1)を通るので $1=a+b$

(1, -5)を通るので $-5=4a+b$

これらを連立 $a=-2,\ b=3$ よってもとめる2次関数は $y=-2(x-3)^2+3$

(3) 2次関数は $y=2(x-a)^2-7$ とおける.



$x \leqq 0$のとき最小値が11となることから

$11=2(0-a)^2-7$ かつ $a>0$

$a=3$ よってもとめる2次関数は $y=2(x-3)^2-7$

岡山理科大学2019 SA 1/30

2

(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{v} = \begin{pmatrix}-1\\-3\\-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a\\5\\b\end{pmatrix} = -a-15-2b=0 \qquad a+2b=-15$

$\overrightarrow{AC}\cdot\vec{v} = \begin{pmatrix}-6\\3\\3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a\\5\\b\end{pmatrix} = -6a+15+3b=0 \qquad 2a-b=5$

連立して、 $a=-1\ b=-7$

(2) 平面αは $x=3$

直線ℓは $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\4\\-7\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}-1\\5\\-7\end{pmatrix}$

この2式を連立， $s=-2$， $y=-6$， $z=7$ $\qquad P(3, -6, 7)$

(3) $H(3, 4, -7)$

$\overrightarrow{DP}=(2, -10, 14)$， $\overrightarrow{DH}=(2, 0, 0)$

$\overrightarrow{DP}\cdot\overrightarrow{DH}=4 \qquad |\overrightarrow{DP}|=\sqrt{4+100+196}=10\sqrt{3}$ ， $|\overrightarrow{DH}|=2$

$$\cos\angle PDH = \frac{\overrightarrow{DP}\cdot\overrightarrow{DH}}{|\overrightarrow{DP}||\overrightarrow{DH}|} = \frac{4}{10\sqrt{3}\cdot 2} = \frac{1}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{15}$$

岡山理科大学2019 SA 1/30

3

(1) $f(x) = 2x^3 + x^2 - 2x - 1$, $g(x) = x^2 - 1$

$f(x) = g(x)$ を解くと　$2x^3 - 2x = 0 \iff x(x+1)(x-1) = 0$.　$x = 0, 1, -1$.

よって x 座標が 0 でない交点の座標は　$(x, y) =$ **$(1, 0)$, $(-1, 0)$**

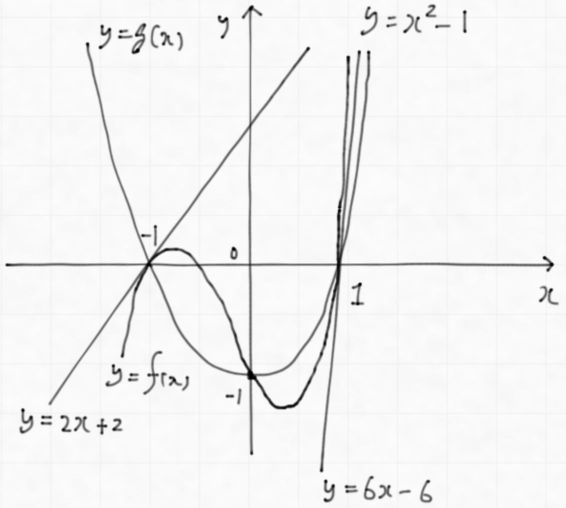
(2) $f'(x) = 6x^2 + 2x - 2$

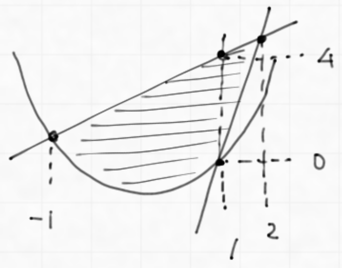
$f'(1) = 6+2-2 = 6$　　$y = 6(x-1)+0 \iff y = 6x-6$

$f'(-1) = 6-2-2 = 2$　　$y = 2(x+1)+0 \iff y = 2x+2$.

$(1, 0)$ における接線 $y = 6x-6$,　$(-1, 0)$ における接線 $y = 2x+2$

(3)





2つの接線の交点は

$6x-6 = 2x+2$ より　$x = 2$　$y = 6$

$x = 1$ と $y = 2x+2$ の交点は　$(x, y) = (1, 4)$

よってもとめる図形の面積は.

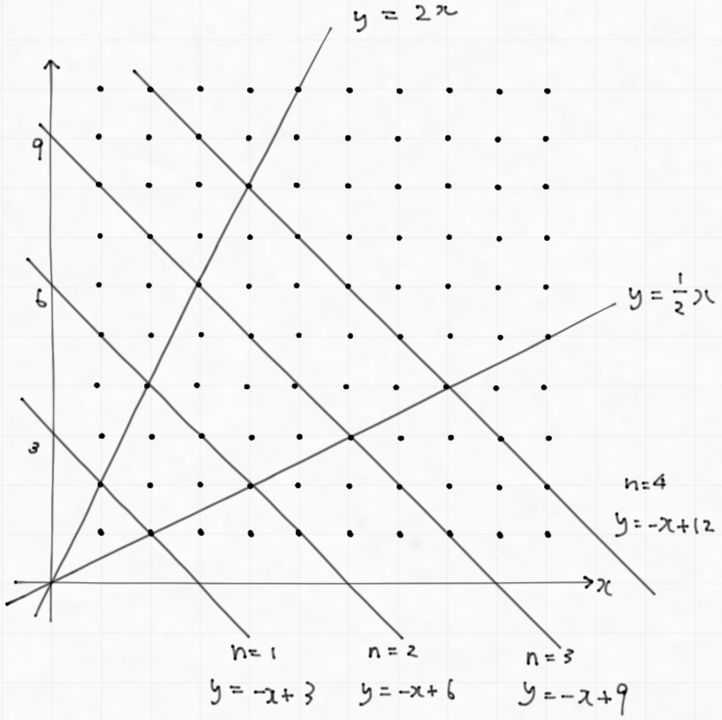
$$S = \int_{-1}^{1} 2x+2-(x^2-1)\,dx + \frac{1}{2}(4-0)\times(2-1)$$

$$= 2\int_0^1 -x^2+3\,dx + 2$$

$$= 2\left[-\frac{1}{3}x^3+3x\right]_0^1 + 2$$

$$= \frac{16}{3} + 2 = \boldsymbol{\frac{22}{3}}$$

4



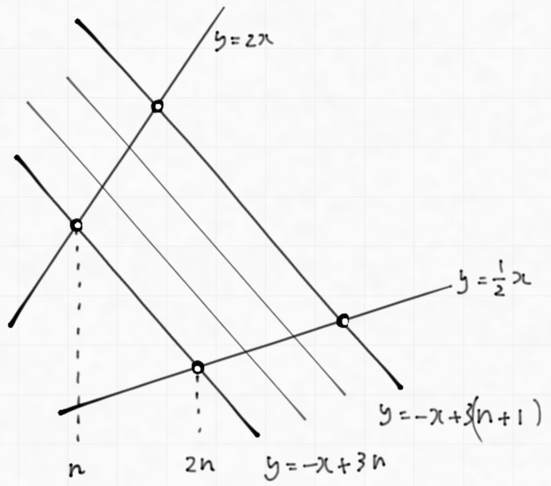
(1)

$a_1 = 1$

$a_2 = 4$

$a_3 = 10$

$a_4 = 19$



(2) $y<2x,\ y>\frac{1}{2}x,\ y<-x+3n$ で

囲まれる領域を R_n と表す。

(R_n 内の格子点の数が a_n)

R_{n+1} 内の格子点で R_n 内に含まれていないもの(新たに追加される格子点は、

$y<2x,\ y>\frac{1}{2}x,\ y\geqq -x+3n,\ y<-x+3n$

で囲まれる領域にあり、

それらは、$y=-x+3n,\ y=-x+3n+1,\ y=-x+3n+2$

のいずれかの直線上にある

$y=-x+3n$ 上にあるのは $n<x<2n$ を

満たす点で $2n-1-n=n-1$ 個存在する

$y=-x+3n+1$ 上にあるのは $\frac{3n+1}{3}<x<\frac{2(3n+1)}{3}$ を

満たす点で $n<x<2n+1$ より n 個存在する

$y=-x+3n+2$ 上にあるのは $\frac{3n+2}{3}<x<\frac{2(3n+2)}{3}$ を

満たす点で $n<x<2n+2$ より $n+1$ 個存在する

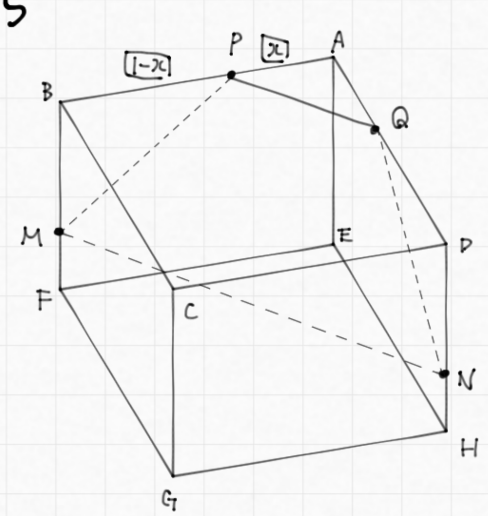
以上より $a_{n+1}=a_n+(n-1)+n+(n+1)$

$\therefore\ \boldsymbol{a_{n+1}=a_n+3n}$

(3) $a_n = a_1+\sum_{k=1}^{n-1}3k = 1+\frac{3}{2}(n-1)n = \boldsymbol{\frac{3}{2}n^2-\frac{3}{2}n+1}$

岡山理科大学 2019 SA 1/30

5



対称性より明らかに

AQ : QD = x : 1-x

としてよいか迷ったが、

減点を恐れてきっちり

示しました

(1) $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$, $\overrightarrow{AE}=\vec{e}$ とおく.

BM : MF = 2 : 1 より $\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{e}$

DN : NH = 2 : 1 より $\overrightarrow{AN}=\vec{d}+\frac{2}{3}\vec{e}$

$\overrightarrow{AP}=x\vec{b}$

Q は平面 PMN 上にあるので

$$\overrightarrow{AQ}=k\overrightarrow{AM}+l\overrightarrow{AN}+m\overrightarrow{AP} \quad (k+l+m=1)$$

$$=k\vec{b}+\frac{2}{3}k\vec{e}+l\vec{d}+\frac{2}{3}l\vec{e}+x\vec{b}$$

Q は AD 上にあるので、上式の $\vec{b}$, $\vec{e}$ の係数は 0

$$k+x=0 \qquad \frac{2}{3}k+\frac{2}{3}l=0$$

$$\therefore\ k=-x,\ l=x,\ m=1-k-l=1-2x$$

$$\therefore\ \overrightarrow{AQ}=x\vec{d}$$ よって **AQ : QD = x : 1−x**

(2) △PQM と △QMN の面積について、PQ, MN をそれぞれの底辺と考えれば同じ高さになっているので、面積の比は PQ : MN の辺の比に等しい。

$\overrightarrow{PQ}=x\vec{d}-x\vec{b}$, $\overrightarrow{MN}=\vec{d}+\frac{2}{3}\vec{e}-\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{e}=\vec{d}-\vec{b}$ だから PQ : MN = $x:1$

△PQM の面積を S' とすると

$$S'=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{PQ}|^2|\overrightarrow{PM}|^2-(\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PM})^2}$$

$|\overrightarrow{MN}|^2=|\vec{d}-\vec{b}|^2=|\vec{d}|^2-2\vec{b}\cdot\vec{d}+|\vec{b}|^2=5^2-2\cdot0+5^2=50$, $|\overrightarrow{PQ}|^2=50x^2$

$|\overrightarrow{PM}|^2=\left|(1-x)\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{e}\right|^2=(1-x)^2\times25+0+\frac{4}{9}\times9=25(1-x)^2+4$

$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PM}=x(\vec{d}-\vec{b})\cdot\left(\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{e}-x\vec{b}\right)=x\left(0+0-0-5^2-0+5^2x\right)=25x(x-1)$

だから

$$S'=\frac{1}{2}\sqrt{50x^2(25(1-x)^2+4)-25^2x^2(x-1)^2}=\frac{1}{2}x\sqrt{50\cdot25(1-x)^2+200-25^2(x-1)^2}$$

$$=\frac{5}{2}x\sqrt{25(x-1)^2+8}$$

$$S=\frac{x+1}{x}S'=\frac{5}{2}(x+1)\sqrt{25(x+1)^2-100x+8}=\boldsymbol{\frac{1}{2}t\sqrt{t^2-20t+108}}$$