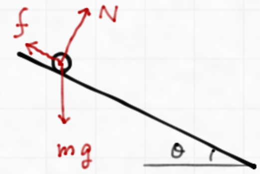
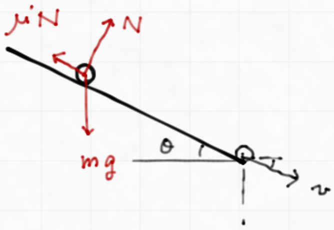
三重大学2022

1





問1　力のつりあい

$$\begin{cases} N = mg\cos\theta \\ mg\sin\theta = f = \mu N \end{cases}$$

$$mg\sin\theta = \mu mg\cos\theta \qquad \mu = \tan\theta \quad (ア)$$

すべっているときに質点に働く動摩擦力は $\mu' N = \mu' mg\cos\theta$

したがって摩擦力による仕事Wは

$$W = -\mu' mg\cos\theta \times l = -\mu' mgl\cos\theta \quad (イ)$$

エネルギー変化と仕事の関係より

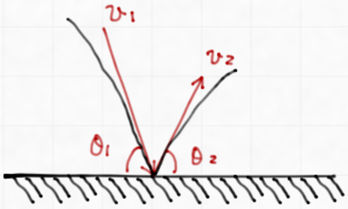
$$\frac{1}{2}mv^2 - mgl\sin\theta = -\mu' mgl\cos\theta$$

$$\mu' = \frac{mgl\sin\theta - \frac{1}{2}mv^2}{mgl\cos\theta} = \tan\theta - \frac{v^2}{2gl\cos\theta} \quad (ウ)$$

飛び出したとき、鉛直方向の初速は $v\sin\theta$ 加速度は g. だから

高さをhとして

$$h = v\sin\theta\cdot t + \frac{1}{2}gt^2 \quad (エ)$$



問2　はねかえりの式

$$-e = \frac{-v_2\sin\theta_2}{v_1\sin\theta_1} \quad より \quad e = \frac{v_2\sin\theta_2}{v_1\sin\theta_1} \quad (オ)$$

水平方向の速度成分が変化しなかったとき、

$$v_1\cos\theta_1 = v_2\cos\theta_2$$

これを(オ)に代入、

$$e = \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} \times \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1}$$

2

[I] 問1　$AB=\sqrt{5}L$ だから音が届くのは $\dfrac{\sqrt{5}L}{V}$ (i)

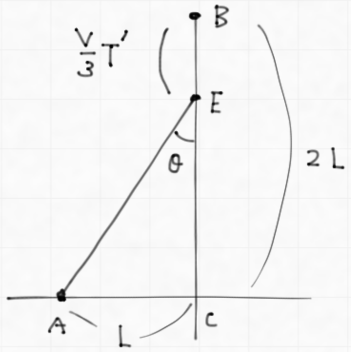
問2　$f=f_0\times\dfrac{V}{V-v_s\cos\theta_s}=\dfrac{f_0V}{V-v_s\cos\theta_s}$ (ii)

問3　$\theta_s=90°$ つまり、音源がCで出した音が届いたとき f_0 の振動数の音が聞こえる

A→Cまでに要する時間は $\dfrac{L}{v_s}$、その音が届くまでに、$\dfrac{2L}{V}$ を要するので $\dfrac{L}{v_s}+\dfrac{2L}{V}$ (iii)

このとき音源はCの左 $v_s\dfrac{2L}{V}$ にある $\dfrac{2v_sL}{V}$ (iv)

[II] 問4　$f=f_0\dfrac{V+v_0\cos\theta_0}{V}=\dfrac{f_0(V+v_0\cos\theta_0)}{V}$ (v)



問5　ドップラー効果の公式より

$$\frac{6}{5}f_0=f_0\times\frac{V+\frac{V}{3}\cos\theta}{V}$$

$$\frac{6}{5}=1+\frac{1}{3}\cos\theta\qquad \cos\theta=\frac{3}{5}\qquad\left(\sin\theta=\frac{4}{5},\ \tan\theta=\frac{4}{3}\right)$$

$$\therefore\ CE=\frac{L}{\tan\theta}=\frac{3}{4}L\quad\text{(vi)}$$

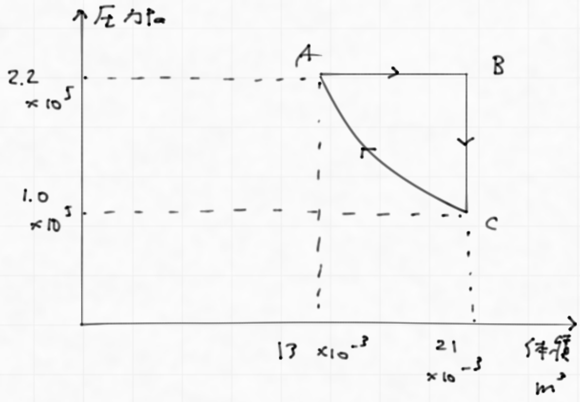
$BE=\dfrac{5}{4}L=\dfrac{V}{3}T'$ より $T'=\dfrac{15L}{4V}$ (vii)

$$AE=EC\times\frac{1}{\cos\theta}=\frac{3}{4}L\times\frac{5}{3}=\frac{5}{4}L$$

したがってEで観測されたのは $\dfrac{\frac{5}{4}L}{V}$ 秒前の音。

$$T=T'-\frac{5L}{4V}=\frac{15L}{4V}-\frac{5L}{4V}=\frac{5L}{2V}\quad\text{(viii)}$$

3



A $2.2\times10^5\times13\times10^{-3} = 1\cdot R\cdot T_A$

定圧 ↓ $Q_{AB} = 2.2\times10^5\times8\times10^{-3} + \frac{3}{2}\cdot1\cdot R\,(T_B-T_A)$

B $2.2\times10^5\times21\times10^{-3} = 1\cdot R\cdot T_B$

定積 ↓ $Q_{BC} = 0 + \frac{3}{2}\cdot1\cdot R\cdot(T_C-T_B)$

C $1.0\times10^5\times21\times10^{-3} = 1\cdot R\cdot T_C$

断熱圧縮 ↓ $0 = \underset{負}{W_{CA}} + \frac{3}{2}\cdot1\cdot R\underset{正}{(T_A-T_C)}$

A

問1 $T_A = \frac{2.2\times13}{8.3}\times10^2 = 344\cdots = \mathbf{3.4\times10^2}$

問2 $2.2\times10^5\times8\times10^{-3} = 17.6\times10^2 = \mathbf{1.8\times10^3}$

問3 $Q_{BC} = \frac{3}{2}R(T_C-T_B)$

$= \frac{3}{2}\left(21\times10^2 - 21\times2.2\times10^2\right) = -3\times0.6\times21\times10^2$

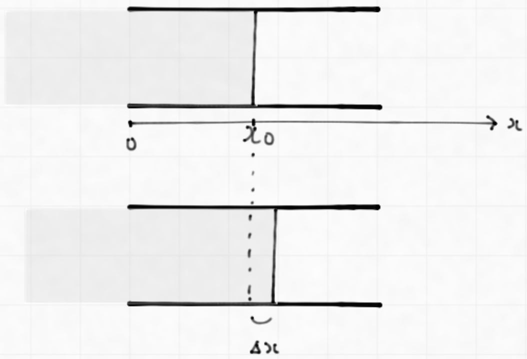
$= -3779\ldots = -3.8\times10^3$

気体が放出する熱量は $-Q_{BC} = \mathbf{3.8\times10^3}$

問4 **C→Aの間に気体の行う仕事**

問5 $\frac{3}{2}R(T_C-T_A) = \frac{3}{2}\left(21\times10^2 - 2.2\times13\times10^2\right) = 11.4\times10^2 = \mathbf{1.1\times10^3}$ (J)

4



問1　容量が $\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{lx_0}{l}$ と $\varepsilon_0\frac{a-x_0}{l}$ の2つのコンデンサーが並列につながっている

$$\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{lx_0}{l}+\varepsilon_0\frac{(a-x_0)l}{l}=\varepsilon_0\left(\varepsilon_r x_0+a-x_0\right)\quad(あ)$$

$$Q=CV=\varepsilon_0\left(\varepsilon_r x_0-x_0+a\right)V\quad(い)$$

$$U=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\varepsilon_r x_0-x_0+a\right)V^2\quad(う)$$

問2　(あ)で $x_0\to x_0+\Delta x$ とする

$$C'=\varepsilon_0\left((\varepsilon_r-1)(x_0+\Delta x)+a\right)\quad(え)$$

$$Q'=C'V=\varepsilon_0\left((\varepsilon_r-1)(x_0+\Delta x)+a\right)V\quad(お)$$

$$U'=\frac{1}{2}C'V^2=\frac{1}{2}\varepsilon_0\left((\varepsilon_r-1)(x_0+\Delta x)+a\right)V^2\quad(か)$$

$$\Delta Q=Q'-Q=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\Delta x V\quad(き)$$

$$W=\Delta QV=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\Delta x V^2\quad(く)$$

外力の仕事 + 電池の仕事 = $U'-U$

外力の仕事 $=-\dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\Delta x V^2}{2}$　(け)

外力の仕事が負なのは、静電気力が正の仕事をしていることを示しており、静電気力の向きは x 軸正の向き。

よって

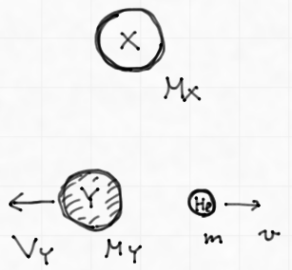
$$F\Delta x=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\Delta x V^2}{2}$$

$$F=\frac{1}{2}\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)V^2\quad(こ)$$

向きは x 軸負の方向　(さ)

5

問1



発生するエネルギー $\Delta mc^2 = \{M_X - (M_Y + m)\}c^2$ ①

運動量保存 $M_Y V_Y = mv$

$$\frac{\frac{1}{2}M_Y V_Y^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{M_Y\left(\frac{m}{M_Y}v\right)^2}{mv^2} = \frac{m}{M_Y}$$ ②

問2 $N = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ ③

ここに数値を代入。 $1.20\times10^{12} = 4.80\times10^{12}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1.92\times10^{6}}{T}}$

$\frac{1.92\times10^{6}}{T} = 2$ $T = 0.96\times10^{6}$(s) $= \frac{9.6\times10^{5}}{60\times60\times24} = \frac{\cancel{400}^{100}}{\cancel{36}_{9}} = 11.1\ldots = 11$日 ④

問3 $^{223}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{219}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$ ⑤ ⑥

$^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ が $^{207}_{82}\mathrm{Pb}$ になるまで、α崩壊を x 回 β崩壊を y 回行うとすると

$$\begin{cases} 223 - 4x = 207 \\ 88 - 2x + y = 82 \end{cases}$$

$x = 4$, $y = 2$ α崩壊 4回 ⑦ β崩壊 2回 ⑧