神戸薬科大学2022

1

(う) から　$(x_3, x_4) = (6, 8)$ または $(8, 10)$

(お) で　$x_1 > x_4$ だから　$x_4 \neq 10$

ここまで．　$x_3 = 6$．$x_4 = 8$，$x_1 = 10$．$x_2 = 7$　が決まる．

(え) から．　$(y_1, y_3) = (5, 15), (10, 20)$　…①

(い) で　$y_1 + y_2 = y_4$　となりうるのは

$$(y_1, y_2, y_4) = (5, 10, 15), (5, 15, 20), (10, 5, 15), (15, 5, 20) \quad \cdots ②$$

$y_1 = 5$ とすると $y_3 = 15$ (∵①)　しかし．このとき ② は成立しない

$y_1 = 10$　〃　$y_3 = 20$ (∵①)　このとき ② より $y_2 = 5$，$y_4 = 15$．

$(x_1, y_1) = \mathbf{(10, 10)}$

$(x_2, y_2) = \mathbf{(7, 5)}$

$(x_3, y_3) = \mathbf{(6, 20)}$

$(x_4, y_4) = \mathbf{(8, 15)}$　　これは(あ)も満たしている

2

(1) $\log_2 x = X$ とおく．

$1 \leqq x \leqq 8$ のとき　$\log_2 1 = 0$，$\log_2 8 = 3$．だから　$0 \leqq X \leqq 3$

$f(x) = X^3 - 9X^2 + 24X - 18$

$f'(x) = 3X^2 - 18X + 24 = 3(X-2)(X-4)$

$f'(x) = 0$ となるのは $X = 2$．(∵ $0 \leqq X \leqq 3$)

X	0	…	2	…	3
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗		↘	

$f(2) = 8 - 36 + 48 - 18 = 2$．

最大値は **2**　そのとき $x = 2^2 = \mathbf{4}$

(2) $8 \leqq x$ のとき $X \geqq 3$．

X	3	…	4	…
$f'(x)$		−	0	+
$f(x)$		↘		↗

$f(4) = 64 - 144 + 96 - 18 = -2$

最小値は **−2**　そのとき $x = 2^4 = \mathbf{16}$

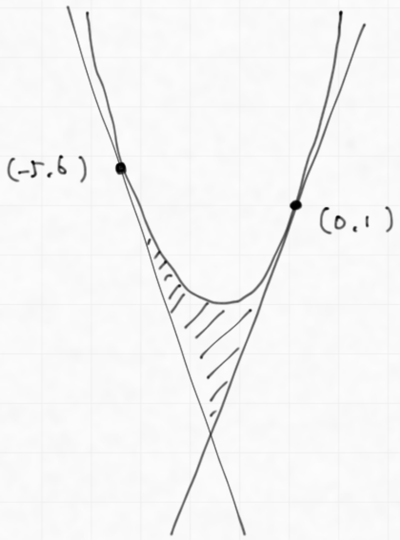
3

$x^2+4x+1=f(x)$ とおく

$f'(x)=2x+4$

$(0,1)$における接線は $y=(2\times0+4)(x-0)+1 \Leftrightarrow y=4x+1$

$(-5,6)$ 〃 $y=(2\times(-5)+4)(x+5)+6 \Leftrightarrow y=-6x-24$



交点は $4x+1=-6x-24$

$x=-\frac{5}{2} \quad y=-9$

$(x,y)=\left(-\frac{5}{2},-9\right)$

面積は

$$\int_{-5}^{-\frac{5}{2}}(x+5)^2dx+\int_{-\frac{5}{2}}^{0}x^2dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}(x+5)^3\right]_{-5}^{-\frac{5}{2}}+\left[\frac{1}{3}x^3\right]_{-\frac{5}{2}}^{0}$$

$$=\frac{125}{24}\times2=\frac{125}{12}$$

4 (1) $1+2+3+4+6+7+8=31 \equiv 1 \pmod 3$

3の倍数になるのは各位の和が3の倍数のときだから、

7つの数のうち、3で割った余りが1となる、1、4、7 のいずれかを除いた6枚を並べればよい。

$3\times6!=3\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2=2160$ 通り

(2) 3の倍数かつ 2の倍数となればよく、

各位の和が3の倍数かつ下1桁が偶数。

(i) 1を除く。 2、3、4、6、7、8 のうち偶数は4枚。 $4\times5!=480$

(ii) 4 〃 1、2、3、6、7、8 〃 〃 3枚 $3\times5!=360$

(iii) 7 〃 1、2、3、4、6、8 〃 〃 4枚 $4\times5!=480$

(i)(ii)(iii)を併せて $480+360+480=1320$ 通り

5

(1) $x^2 = \frac{1}{(\sqrt{2}-1)} = \frac{1}{2+1-2\sqrt{2}} = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} \times \frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = 3+2\sqrt{2}$

$\frac{1}{x^4} = (3-2\sqrt{2})^2 = 9+8-12\sqrt{2} = 17-12\sqrt{2}$

$x^2 + \frac{1}{x^4} = \mathbf{20-10\sqrt{2}}$

(2) $731 \div 473 = 1 \cdots 258$

$473 \div 258 = 1 \cdots 215$

$258 \div 215 = 1 \cdots 43$

$215 \div 43 = 5$

最大公約数は **43**

$473 = 43 \times 11$, $731 = 43 \times 17$ だから

最小公倍数は $43 \times 11 \times 17 =$ **8041**