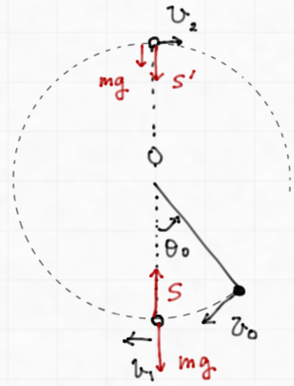
大阪市立大2016

1 問1.2　最下点における運動方程式，エネルギー保存則を考える



$$\begin{cases} m\dfrac{v_1^2}{l} = S - mg \\ \dfrac{1}{2}mv_0^2 + mgl(1-\cos\theta_0) = \dfrac{1}{2}mv_1^2 \end{cases}$$

（位置エネルギーの基準は最下点にとった）

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gl(1-\cos\theta_0)} \quad \cdots 1$$

$$S = mg + \frac{1}{l}\left(mv_0^2 + 2mgl(1-\cos\theta_0)\right) = \frac{mv_0^2}{l} + 3mg - 2mg\cos\theta_0 \quad \cdots 2$$

問3　最高点における運動方程式，エネルギー保存則を考える

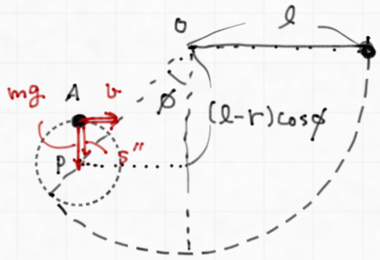
$$\begin{cases} m\dfrac{v_2^2}{l} = S' + mg \\ \dfrac{1}{2}mv_0^2 + mgl(1-\cos\theta_0) = \dfrac{1}{2}mv_2^2 + 2mgl\cos\theta_0 \end{cases}$$

$$S' = \frac{1}{l}\left(mv_0^2 + 2mgl - 2mgl\cos\theta_0 - 4mgl\right) - mg = \frac{mv_0^2}{l} - 3mg - 2mg\cos\theta_0$$

糸がたるまないための条件は $S' \geqq 0$ が成り立つことだから

$$\frac{mv_0^2}{l} - 3mg - 2mg\cos\theta_0 \geqq 0 \text{ より} \qquad v_0 \geqq \sqrt{3gl + 2gl\cos\theta_0}$$

問4　小さな円運動の最高点（右図A）で張力が0以上を保っていると回転しきることになる



エネルギー保存

$$0 = \frac{1}{2}mv^2 - mg\left\{(l-r)\cos\phi - r\right\}$$

運動方程式

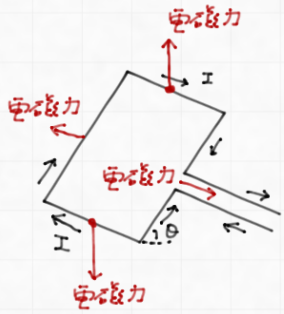
$$m\frac{v^2}{r} = S'' + mg$$

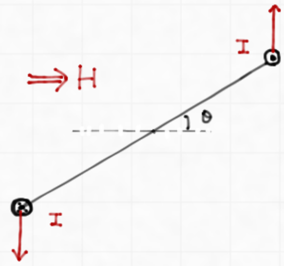
$$S'' = \frac{1}{r} \times 2mg\left\{(l-r)\cos\phi - r\right\} - mg = 2mg\left(\frac{l-r}{r}\right)\cos\phi - 3mg \geqq 0$$

$$2\frac{l-r}{r}\cos\phi \geqq 3$$

$$2l\cos\phi - 2r\cos\phi \geqq 3r$$

$$r \leqq \frac{2\cos\phi}{3+2\cos\phi}l$$





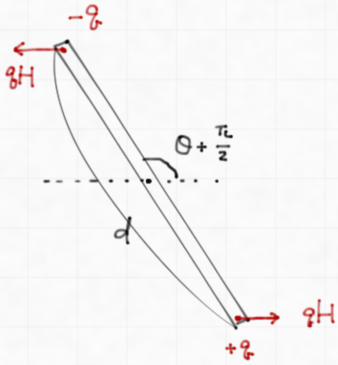
問1　上辺および下辺に働く電磁力がモーメントを生み出す。左右にかかる力は相殺され、またモーメントも生じない

上、下辺にかかる電磁力の大きさは

$$\mu_0 H I a$$

いずれも中心軸から見て、反時計まわりに、大きさ $\mu_0 H I a \times \frac{b}{2} \times \cos\theta$ のモーメントを生み出す。

$$\mu_0 H I a \times \frac{b}{2} \times \cos\theta \times 2 = \boldsymbol{\mu_0 H I a b \cos\theta}$$



問2　両極に働く磁力の大きさは qH だから、Oの周りのモーメントは、いずれも反時計まわりで、

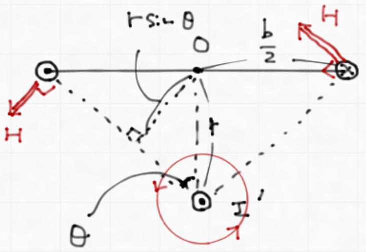
$$qH \times \frac{d}{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

したがって、その合計は

$$qH \times \frac{d}{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \times 2 = qHd\cos\theta$$

この値が問1の電磁力によるモーメントと等しいので

$$\mu_0 H I a b \cos\theta = qHd\cos\theta \qquad \therefore \ \boldsymbol{qd = \mu_0 a b I}$$



問3　図4を上から見たとき、右上図のようになっている。

直線電流 I' の作る磁場は反時計まわりで、右上図中 H の大きさは、図中のように θ を定めて

$$H = \frac{I'}{2\pi \frac{r}{\cos\theta}} = \frac{I'}{2\pi r}\cos\theta$$

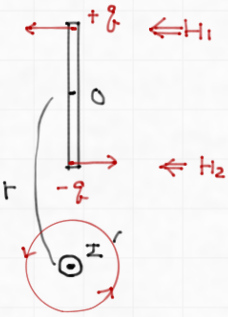
I' と平行な辺（長さ a の辺）に働く電磁力の大きさは $\mu_0 H I a$ (N) で、その O のまわりのモーメントは

$$\mu_0 H I a \times r\sin\theta$$

左右の辺に同じ大きさのモーメントが生まれるので

$$\mu_0 H I a r \sin\theta \times 2 = \cancel{2}\mu_0 I a \cancel{r} \times \frac{I'}{\cancel{2}\pi \cancel{r}}\cos\theta\sin\theta$$

$$= \frac{\mu_0}{\pi} a I I' \frac{r}{\sqrt{r^2 + (\frac{b}{2})^2}} \times \frac{\frac{b}{2}}{\sqrt{r^2 + (\frac{b}{2})^2}} = \boldsymbol{\frac{2\mu_0 a b r I I'}{\pi(4r^2 + b^2)}}$$



問4　右上図のように、上、下側の磁極の位置の磁場の強さを H_1, H_2 とすると

$$H_1 = \frac{I'}{2\pi(r + \frac{d}{2})}, \quad H_2 = \frac{I'}{2\pi(r - \frac{d}{2})}$$

Oのまわりのモーメントはいずれも反時計まわりで

$$qH_1 \times \frac{d}{2} + qH_2 \times \frac{d}{2} = \frac{1}{2} qd \times \frac{I'}{2\pi}\left(\frac{1}{r + \frac{d}{2}} + \frac{1}{r - \frac{d}{2}}\right) = \frac{1}{4\pi} qdI' \times \frac{2r}{r^2 - (\frac{d}{4})^2}$$

$$= \frac{qdI'}{2\pi r}\left(1 - \left(\frac{d}{2r}\right)^2\right) \fallingdotseq \boldsymbol{\frac{qdI'}{2\pi r}}$$

また問3より $\dfrac{2\mu_0 a b r I I'}{\pi(4r^2 + b^2)} = \dfrac{2\mu_0 a b I I'}{\pi} \cdot \dfrac{r}{4r^2}\left(1 - \dfrac{b^2}{4r^2}\right)^{-2} \fallingdotseq \dfrac{\mu_0 a b I I'}{2\pi r} = \dfrac{I'}{2\pi r} \times \mu_0 a b I = \dfrac{qdI'}{2\pi r}$

以上より、モーメントが等しいことが示された。

3 問1 **小さく、位相の揃った光源を作ること**

問2 $AP = \sqrt{l^2 + (x + \frac{d}{2})^2} = l\sqrt{1 + \left(\frac{2x+d}{2l}\right)^2} \fallingdotseq l\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2x+d}{2l}\right)^2\right)$

BPも同様 $BP \fallingdotseq l\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2x-d}{2l}\right)^2\right)$

$AP - BP = \frac{l}{2}\left\{\left(\frac{2x+d}{2l}\right)^2 - \left(\frac{2x-d}{2l}\right)^2\right\} = \frac{l}{8l^2}\left(4x^2+4dx+d^2-4x^2+4xd-d^2\right) = \boldsymbol{\frac{xd}{l}}$

問3 2つの経路の差が半波長の奇数倍になったとき、弱めあうので

$\frac{xd}{l} = \frac{\lambda}{2} + m\lambda$ （mは整数）

これを整理して

$\boldsymbol{x = \frac{l\lambda(2m+1)}{2d}}$ **（mは整数）**

問4 S→B→Pの経路の光学距離が $nt-t$ だけ伸びたことになるので

AP−BPの光路差を $nt-t$ だけ伸ばせば良く、そのため明線は上方に移動する。

上方にΔx 移動すると、AP−BPは $\frac{xd}{l} \rightarrow \frac{(x+\Delta x)d}{l}$ へと $\frac{\Delta x d}{l}$ だけ増加するので

$\frac{\Delta x}{l}d = nt - t$ より $\Delta x = \frac{tl(n-1)}{d}$

以上より、明線は **x軸正の方向** に $\boldsymbol{\frac{tl(n-1)}{d}}$ だけ移動すると分かる

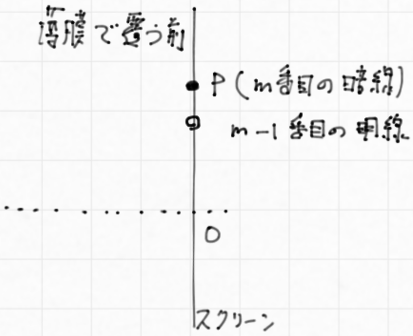
問5 $m-1$番目の明線が m番目の明線の位置に上がってくる。

明線、暗線の間隔はいずれも一定で 問3より

$x_m - x_{m-1} = \frac{l\lambda}{d}$

その半分だけ上方にずれる。ずれ幅は問4より $\frac{tl(n-1)}{d}$ だから、

$\frac{tl(n-1)}{d} = \frac{l\lambda}{d} \times \frac{1}{2}$



$\boldsymbol{n = \frac{\lambda}{2t} + 1}$