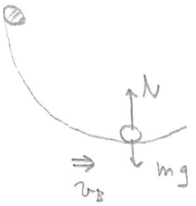
① 問1. エネルギー保存則 $mgR = \frac{1}{2}mv_B^2$

運動方程式 $m\frac{v_B^2}{R} = N - mg$

これらを連立. $\underline{v_B = \sqrt{2gR}}_{(1)}$, $\underline{N = 3mg}_{(2)}$

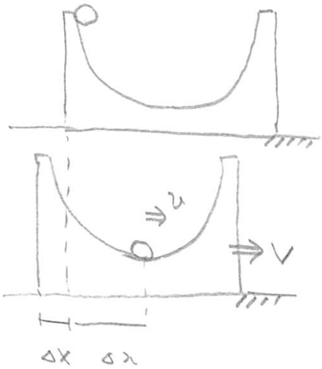


問2. 水平方向の運動量は保存する

$$\underline{0 = mv + MV}_{(3)}$$

エネルギー保存則

$$\underline{mgR = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2}_{(4)}$$



これらを連立.

$$\underline{v = \sqrt{\frac{2MgR}{m+M}}}_{(5)}, \quad \underline{V = -\sqrt{\frac{2m^2gR}{M(M+m)}}}_{(6)}$$

運動量保存則より $mx + MX =$ (一定) が成り立つ. (Xは台, xは物体の座標)

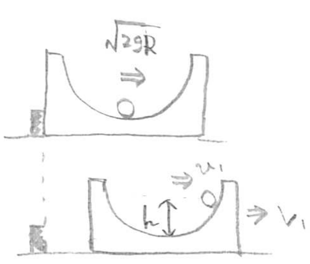
これより $m\Delta x + M\Delta X = 0$ が成り立つ

また $\Delta x - \Delta X = R$ (AからBの水平距離) も成り立つので

$$\Delta x = \frac{M}{m+M}R, \quad \Delta X = -\frac{m}{m+M}R$$

よって台は $\underline{\frac{m}{m+M}R}_{(7)}$ だけ x軸の負の方向に移動する. (あ) (イ)

問3 物体がBを通過するまで、台が物体から受ける垂直抗力は左下向きなので その間、台は動かない。またB点を通過後. 物体が最高点に達したとき. 物体は台に対して静止している ($v_1 = V_1$, 鉛直方向の速度は0)

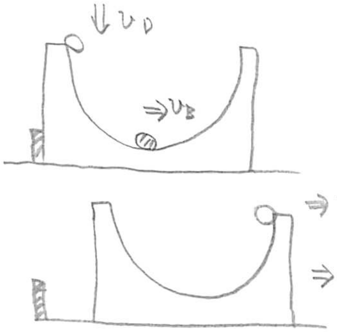


運動量保存則 $m\sqrt{2gR} = mv_1 + MV_1$ (8)

エネルギー保存則 $\frac{1}{2}m(\sqrt{2gR})^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}MV_1^2$ (9)

これらと $v_1 = V_1$ を連立して

$$h = \frac{M}{M+m}R.$$



ぎりぎり最高点に達したときを考える

最高点に達したとき 台，物体はいずれも速度vになったものとし、物体の鉛直方向の速度は0とする. また最下点での速度をv_Bとする.

運動量は最下点を通過した直後から保存する

$$m v_B = (m+M) v$$

エネルギーは，最初から保存している

$$mgR + \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 = mgR + \frac{1}{2}(m+M) v^2$$

以上を連立

$$m v_0^2 = (m+M) v^2$$

$$mgR + \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{m+M}{m} v\right)^2$$

$$gR + \frac{1}{2} v_0^2 = \frac{(m+M)^{\cancel{2}}}{2m^{\cancel{2}}} \times \frac{\cancel{m} v_0^2}{\cancel{m+M}}$$

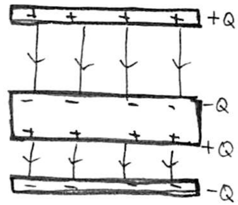
$$\frac{\cancel{m} + M - \cancel{m}}{2m} v_0^2 = gR$$

$$\underline{v_0 = \sqrt{\frac{2mgR}{M}}} \quad (1)$$

② 問1 (1) 電気容量の公式より $\underline{C = \varepsilon_0 \frac{L^2}{d}}$ (1)

(2) 導体板内に電場は生じないので、極板の間隔が狭くなったとみなせる

$$C = \varepsilon_0 \frac{L^2}{d-t}$$



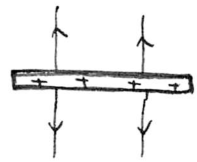
(3) 電場の強さは単位面積あたりの電気力線の本数と等しい

電気力線の本数は $\frac{Q}{\varepsilon_0}$(本) これが面積L^2の領域を

通過しているので $\frac{Q}{\varepsilon_0} \div L^2 = \underline{\frac{Q}{\varepsilon_0 L^2}}$ (N/C)

(4) (3)の結果は、A_1および導体板上面に生じた電荷による電場で、

A_1のみの作る電場は右のように上下に生じている



ので、電場の強さは(3)の$\frac{1}{2}$であり、かかる力は

$\frac{1}{2} \times Q \times$(3) となっている。また$A_2$から受ける力に

ついても同じように考えられるが、A_2には負の電荷がある

ので、力の向きは逆の下向きになる(A_1からの力は上向き)

よってかかる力の和は0となる $\underline{(ウ)}$

問2(4) 上部のコンデンサーの容量は $\varepsilon_0 \frac{L^2}{d-x-t}$ (これを$C_上$とする)

下部 〃 $\varepsilon_0 \frac{L^2}{x}$ (〃 $C_下$ 〃)

この2つのコンデンサーが直列につながっているので、もとめる容量をCとして

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_上} + \frac{1}{C_下}$$

$$\therefore C = \frac{C_上 C_下}{C_上 + C_下} = \underline{\frac{2\varepsilon_0 L^2}{2d-x-2t}}$$

(5) $$U_{(x)} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(2d-2t-x)Q^2}{4\varepsilon_0 L^2}$$

(6) $$\Delta U = U(x+\Delta x) - U(x) = \frac{(2d-2t-x-\Delta x)}{4\varepsilon_0 L^2}Q^2 - \frac{(2d-2t-x)}{4\varepsilon_0 L^2}Q^2$$

$$= -\frac{Q^2}{4\varepsilon_0 L^2}\Delta x$$

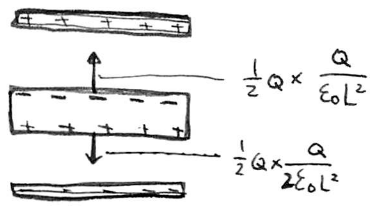
(7) ΔUが負であるということは外力の向きが導体板の移動方向と逆を向いていて、外力が負の仕事をしたことを示している。よって外力の向きは下向きで、コンデンサーに蓄えられた電荷によって受ける力はその逆の上向き。 $\underline{(ア)}$

(7) $\Delta U = F_{外} \times \Delta x$ より $F_{外} = -\frac{Q^2}{4\varepsilon d^2}$

コンデンサーから受ける力は逆向きの $\frac{Q^2}{4\varepsilon_0 L^2}$，大きさも $\frac{Q^2}{4\varepsilon_0 L^2}$ //

(8) A_1の作る電場は変化していない（$\frac{1}{2}Q$ (3)）が、A_2の作る電場は誘電率が$2\varepsilon_0$となっているので、半分の大きさになっている（電気力線が半分になるから）

したがって、導体板下側にかかる力は右のようになっている。



その合力は上向きで、大きさは

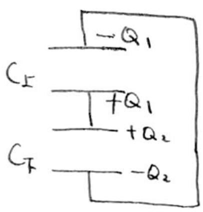
$$\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 L^2} - \underline{\frac{Q^2}{4\varepsilon_0 L^2}} = \frac{Q^2}{4\varepsilon_0 L^2}$$

問題で問われているのはここ。

問3 A_1と導体板上側で形成されるコンデンサーを上側コンデンサー、と呼び、その容量を$C_上$

A_2と 〃 下側 〃 下側 〃 〃 $C_下$

とする。 $C_上 = \varepsilon_0 \frac{L^2}{d-x-t}$，$C_下 = \varepsilon_0 \frac{L^2}{x}$



(9)(10) 定常状態となったとき、左のように電荷が蓄えられたものとすると、

$$\frac{Q_1}{C_上} = \frac{Q_2}{C_下}, \quad Q_1 + Q_2 = Q$$

これらを連立して、

$$Q_1 = \frac{x}{d-t} Q \ \text{//(9)}, \quad Q_2 = \frac{d-t-x}{d-t} Q \ \text{//(10)}$$

(11) $x < \frac{d-t}{2} \Leftrightarrow 2x < d-t \Leftrightarrow x < d-t-x$ よって $Q_1 < Q_2$

(う) 導体板上部にある$+Q_1$(C)の電荷がA_1にある$-Q_1$の電荷から受ける力は上向きで $\frac{1}{2}Q_1 \frac{Q_1}{\varepsilon_0 L^2}$ 同様に導体板下側の受ける力の向きは下向きで大きさは $\frac{1}{2}Q_2 \frac{Q_2}{\varepsilon_0 L^2}$

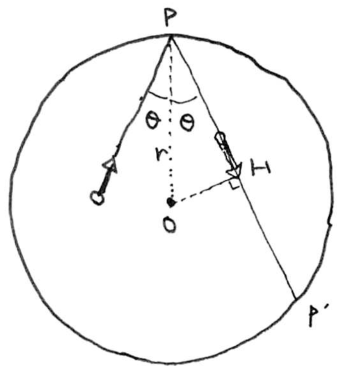
$Q_1 < Q_2$だから、合力は下向きで、その大きさは $\frac{1}{2\varepsilon_0 L^2}(Q_2^2 - Q_1^2)$

(う)は(イ) //

$$= \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 L^2} \times \frac{d-t-2x}{d-x} \ \text{//}$$

問1

3 (1) $v\cos\theta$



(2) OP方向の運動量の変化は

$$m(-v\cos\theta) - mv\cos\theta = -2mv\cos\theta$$

これが分子が壁から受ける力積に等しい。

壁が分子から受ける力積は逆方向なので

$$\underline{2mv\cos\theta}$$

(3) 右上図 PP′の長さ、 $PP' = PH \times 2 = \underline{2r\cos\theta}$

(4) 分子が壁にあたるまでにかかる時間は $\dfrac{PP'}{v} = \dfrac{2r\cos\theta}{v}$ 秒

したがって1秒間に $\dfrac{v}{2r\cos\theta}$ 回衝突する。1回の衝突で壁が受ける力積は

(2)の $2mv\cos\theta$ だから、1秒間に受ける力積の総和は

$$2mv\cos\theta \times \frac{v}{2r\cos\theta} = \underline{\frac{mv^2}{r}}$$

であり、これは壁が受ける平均の力と等しい

(5) $$p = \frac{\frac{mv^2}{r} \times N_A}{4\pi r^2} = \frac{1}{2}mv^2 N_A \times \frac{1}{2\pi r^3} = U \times \frac{1}{2\pi r^3} \times \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{V} = \underline{\frac{2}{3}} \times \frac{U}{V}$$

(6) これと $PV = RT$ を連立して $U = \underline{\frac{3}{2}}RT$

問2

(7) $\Downarrow w$ (壁), 衝突前 $\Uparrow$ $v\cos\theta$, 衝突後 $\Downarrow$ v'

左のように速さを設定する。

$$\frac{-v' - (-w)}{v\cos\theta - (-w)} = -1 \qquad v' = v\cos\theta + 2w$$

(7)は OP方向の速度成分だから $-v' = \underline{-(v\cos\theta + 2w)}$

(8) $$\frac{1}{2}m(v\cos\theta + 2w)^2 - \frac{1}{2}m(v\cos\theta)^2 \fallingdotseq \underline{2mvw\cos\theta}$$

(9) $$\Delta V = \frac{4}{3}\pi(r - w\Delta t)^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 \fallingdotseq -4\pi r^2 w\Delta t$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{-4\pi r^2 w\Delta t}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \underline{-3}\,\frac{w\Delta t}{r}$$

(10) $$\Delta U = \cancel{2}mvw\cancel{\cos}\theta \times \frac{v}{\cancel{2}r\cancel{\cos\theta}} \times \Delta t \times N_A = \frac{mv^2w}{r}N_A\Delta t$$

(9) より $\dfrac{\omega \Delta t}{r} = -\dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\Delta V}{V}$ および. $U = \dfrac{1}{2} m v^2 N_A$ を代入

$$\Delta U = -\frac{1}{3} \cdot \frac{\Delta V}{V} \times 2U = \underline{-\frac{2}{3}} \frac{U}{V} \Delta V$$

(11) $U = \dfrac{3}{2} RT$ だから $\Delta U = \dfrac{3}{2} R \Delta T$

したがって、(10) の結果は $\Delta T = -\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{\Delta V}{V} T$ と書き直せる …①

$V \Delta p + p \Delta V = R \Delta T$ を $PV = RT$ で辺々割ると

$$\frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T} \quad \cdots ②$$

① より $\dfrac{\Delta T}{T} = -\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{\Delta V}{V}$ $\Leftrightarrow$ $\dfrac{\Delta V}{V} = -\dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{\Delta T}{T}$ を ② に代入.

$$\frac{\Delta P}{P} + \left(-\frac{3}{2}\right) \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta T}{T}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\Delta T}{T} = \frac{2}{5} \cdot \frac{\Delta P}{P}$$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta T = \underline{\frac{2}{5}} \cdot \frac{T}{P} \Delta p$$

参考 $\dfrac{\Delta T}{T} = -\dfrac{2}{3} \dfrac{\Delta V}{V}$ を ② に代入

$$\frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta V}{V} = -\frac{2}{3} \frac{\Delta V}{V} \text{ より}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = -\frac{5}{3} \times \frac{\Delta V}{V}$$

両辺を積分

$$\int \frac{1}{P} dP = -\frac{5}{3} \int \frac{1}{V} dV$$

$$\log P = -\frac{5}{3} \log V + C$$

積分定数

$$\therefore \quad PV^{\frac{5}{3}} = \text{一定}$$