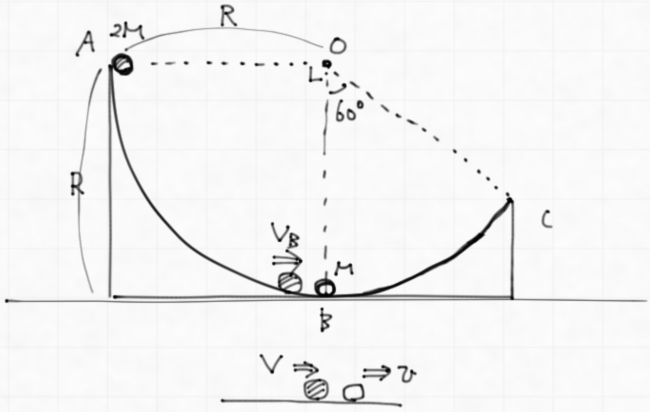
大阪公立大2021 サンプル



1

問1　エネルギー保存　$2MgR = \frac{1}{2}2MV_B^2$

$V_B = \sqrt{2gR}$

問2　運動量保存　$2MV_B = 2MV + Mv$

はねかえり　$-e = \dfrac{V - v}{V_B - 0}$

連立して　$V = \dfrac{2-e}{3}V_B = \dfrac{2-e}{3}\sqrt{2gR}$ (小球2)　　$v = \dfrac{2}{3}(1+e)\sqrt{2gR}$ (小球1)

問3　$\frac{1}{2}\cdot 2MV_B^2 - \left(\frac{1}{2}2MV^2 + \frac{1}{2}Mv^2\right) = \dfrac{2}{3}(1-e^2)MgR$

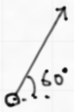
問4　点Cでの位置エネルギー ≦ 衝突後の小球1の運動エネルギー となればよい

$Mg\cdot\frac{R}{2} < \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}M\cdot\frac{4}{9}(1+e)^2\times 2gR$

$\frac{1}{2}\cancel{MgR} < \frac{4}{9}(1+e)^2\cancel{MgR}$　　$e > \dfrac{3}{2\sqrt{2}} - 1 = \dfrac{3\sqrt{2}-4}{4}$　　$\dfrac{3\sqrt{2}-4}{4} < e \leqq 1$

問5　飛び出すときの速さを v_c とすると

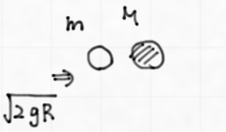
$\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{M}v_c^2 + \cancel{M}g\cdot\frac{R}{\cancel{2}} = \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{M}\cdot\frac{4}{9}(1+e)^2\cdot 2gR$　　$v_c = \sqrt{\frac{8}{9}(1+e)^2 gR - gR}$



Cを通過した後、鉛直方向は下向き加速度 g の放物運動だから

$v_c\sin 60^\circ - gt = 0$

$t = \dfrac{\sqrt{3}}{2g}\sqrt{\frac{8}{9}(1+e)^2 gR - gR} = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{8}{3g}(1+e)^2R - \dfrac{3R}{g}}$

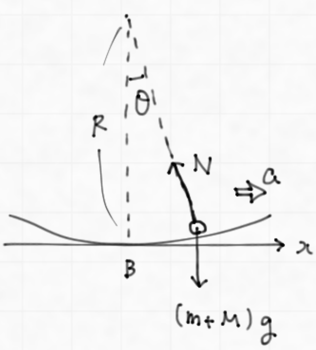


問6　運動量保存　$m\sqrt{2gR} = (m+M)v$　　$v = \dfrac{m}{m+M}\sqrt{2gR}$

問7　円筒面に沿った力は　$(m+M)g\sin\theta$

問8　左図のように x 軸をとる

鉛直方向の運動について微小な運動だから、これを無視し、力はつりあっているとみなす。



鉛直方向　$N\cos\theta = (m+M)g$

水平方向　$(m+M)a = -N\sin\theta$

ωは角振動数

$= -(m+M)g\tan\theta$

$\tan\theta \fallingdotseq \frac{x}{R}$ と近似　　$= -(m+M)\frac{g}{R}x = -(m+M)x\omega^2$

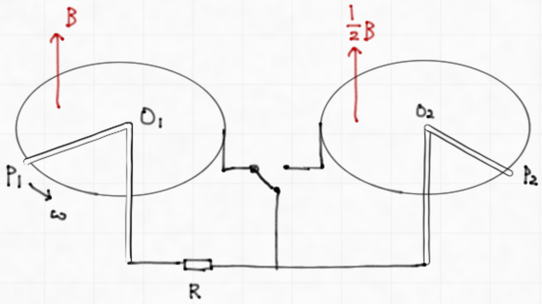
$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$　　周期 $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

$\frac{1}{2}(m+M)v^2 = (m+M)gR(1-\cos\theta)$ より　$\cancel{\frac{1}{2}}\left(\frac{m}{m+M}\right)^2 2\cancel{g}R \fallingdotseq \cancel{g}R\cdot\cancel{\frac{1}{2}}\theta^2$

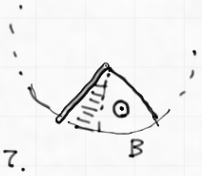
$\theta = \dfrac{\sqrt{2}m}{m+M}$

2

問1　$\pi r^2 \times \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2}r^2\omega$

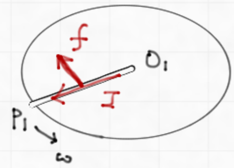


問2　$V = B \times \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{2}Br^2\omega$



右図のような仮想回路を考えて.
上向きの磁束の減少を妨げる向き反時計
まわりの電流を流そうとする向きの起電力 .... $O_1 \to P$
の向きの起電力が発生する. 電位が高いのは P_1

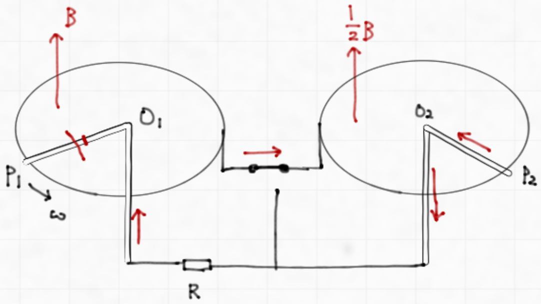
問3　$I = \frac{V}{R} = \frac{Br^2\omega}{2R}$ (A) の電流が流れるため O_1P_1の中点
に右図 fの力が働く.



$$f = BIr = \frac{B^2r^3\omega}{2R} \quad \text{(N)}$$

これと同じ大きさで逆向きの外力を加え続けなければいけない. 外力の大きさは $\frac{B^2r^3\omega}{2R}$ (N)

問4　$O_1 \to P_1$の向きの起電力が発生するのだから.
$P_2 \to O_2$の向きの電流が流れる. 左手の法則より.
電磁気力の向きは **d** となる.



問5　$O_2 \to P_2$の向きに $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}B\right)r^2\omega'$ (V)の誘導起電力が
発生する. 流れる電流をIとして.

$$\frac{1}{2}Br^2\omega - \frac{1}{4}Br^2\omega' = IR$$

$$I = \frac{Br^2}{4R}(2\omega - \omega')$$

問6　十分な時間が経って O_2P_2の角速度が一定となったとき. O_2P_2にかかる力は 0となっている.
それは電流が0となっていることを意味しており, 問5より. そのとき $\omega_2 = 2\omega$ となっている
抵抗での消費電力は電流が流れていないので **0** (W)

3

問1

過程	熱量	仕事
A→B	正	正
B→C	ゼロ	正
C→D	負	負
D→A	ゼロ	負

A　$p_A V_A = RT_H$

等温膨張 ↓　$Q_H = W_{AB} + 0$

B　$p_B V_B = RT_H$

断熱膨張 ↓　$0 = \underset{正}{W_{BC}} + C_V(T_L - T_H)$

C　$p_C V_C = RT_L$

等温圧縮 ↓　$-Q_L = W_{CD} + 0$

D　$p_D V_D = RT_L$

断熱圧縮 ↓　$0 = \underset{負}{W_{DA}} + C_V(T_H - T_L)$

A

問2　$PV^{\gamma} =$ 一定 および $\frac{PV}{T} =$ 一定より

$TV^{\gamma-1} =$ 一定.

したがって B→Cで　$T_H V_B^{\gamma-1} = T_L V_C^{\gamma-1}$

D→Aで　$T_L V_D^{\gamma-1} = T_H V_A^{\gamma-1}$

$$\frac{V_C}{V_B} = \left(\frac{T_H}{T_L}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \frac{V_D}{V_A} = \left(\frac{T_H}{T_L}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \frac{V_C V_A}{V_B V_D} = 1$$

問3　等温変化なので気体の内部エネルギーは変化していないため、熱力学第1法則より気体が受け取る熱量と気体が外部に行う仕事量は等しくなっている。また気体の行う仕事は体積変化と圧力によって決まり、斜線部の面積と等しくなっているため。

問4　$W_{AB} \fallingdotseq \frac{p_A + p_B}{2} \times (V_B - V_A) = \frac{1}{2}(V_B - V_A)\left(\frac{RT_H}{V_A} + \frac{RT_H}{V_B}\right) = \frac{RT_H(V_B^2 - V_A^2)}{2V_A V_B} = Q_H$

問5　$|-Q_L| = Q_L = -W_{CD} = \frac{1}{2}(p_C + p_D)(V_C - V_D) = \frac{RT_L(V_C^2 - V_D^2)}{2V_C V_D}$

問6　$e = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{T_L(V_C^2 - V_D^2)V_A V_B}{T_H(V_B^2 - V_A^2)V_C V_D} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \times \left(\frac{V_C}{V_D} - \frac{V_D}{V_C}\right)\left(\frac{1}{\frac{V_B}{V_A} - \frac{V_A}{V_B}}\right)$

問2より $\frac{V_A}{V_B} = \frac{V_D}{V_C}$ を代入

$$e = 1 - \frac{T_L}{T_H} \times \left(\frac{V_C}{V_D} - \frac{V_D}{V_C}\right) \times \left(\frac{1}{\frac{V_C}{V_D} - \frac{V_D}{V_C}}\right) = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

問7　A は PV グラフ中 (p_A, V_A) で表され、A′は $\left(p_A \times \frac{p_D}{p_A}, V_A \times \frac{V_D}{V_A}\right) = (p_D, V_D)$ と表される.

したがって A′とDは一致する. また同様に B′は $\left(p_B \frac{p_D}{p_A}, V_B \times \frac{V_D}{V_A}\right)$ に移されるが.

$p_B V_B = RT_H$, $p_C V_C = RT_L$ などを用いて

$$p_B \frac{p_D}{p_A} = \frac{\cancel{RT_H}}{V_B} \times \frac{V_A}{\cancel{RT_H}} \times \frac{RT_L}{V_D} = \frac{V_A p_C V_C}{V_B V_D} = p_C$$

$$V_B \times \frac{V_D}{V_A} = \frac{V_B V_D}{V_A V_C} V_C = V_C$$

となるので B′とCは一致している. A→B, C→Dはいずれも等温変化だから. A′→B′ と C→D は一致する. したがって W_{AB} と $|W_{CD}|$ の比は $1 : \frac{p_D}{p_A} \times \frac{V_D}{V_A}$ となっており

$\frac{p_D V_D}{p_A V_A} = \frac{\cancel{R}T_L}{\cancel{R}T_H}$ なので.　$W_{CD} = -\frac{T_L}{T_H} W_{AB}$ が成り立つ

よって熱効率 e は　$e = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = \frac{W_{AB} + W_{CD}}{W_{AB}} = \frac{W_{AB} - \frac{T_L}{T_H}W_{AB}}{W_{AB}} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$ となる