大阪医科薬科大(薬) 2022

1

(1) $\alpha+\beta=-1,\quad \alpha\beta=1.$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=1-2=\mathbf{-1}$

$\alpha^3-1=(\alpha-1)(\alpha^2+\alpha+1)=\mathbf{0}$ （$\because$ αは $x^2+x+1=0$ の解）

(2) $\int_0^2 f(t)\,dt=\alpha$ とおく.

$f(x)=3x^2-8x+\alpha$

$\alpha=\int_0^2 3t^2-8t+\alpha\,dt=\left[t^3-4t^2+\alpha t\right]_0^2=8-16+2\alpha$ $\quad\alpha=8\quad$ $\therefore\ \int_0^2 f(t)\,dt=\mathbf{8}$

(3) $\vec{a}\cdot\vec{b}=-3s+4t=0$

$|\vec{b}|^2=s^2+t^2=\sqrt{3}^2=3$ と連立 $\quad t=\pm\frac{3\sqrt{3}}{5},\ s=\pm\frac{4\sqrt{3}}{5}\quad$ $\therefore\ st=\mathbf{\frac{36}{25}}$

(4)

			累計
1桁	… 5通り		5
2桁	… $5\times6=30$通り		35
3桁	… 1＊＊	… $6^2=36$通り	71
	2＊＊	… 〃	107
	3＊＊	… 〃	143
	40＊ 〜 44＊	$5\times6=30$通り	173
	450		174
	451		175
	452		176

176番目

2 (1) $x^2-2ax-a+6=f(x)$とする

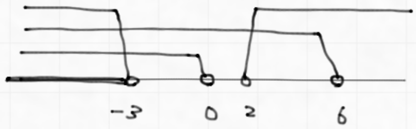
$f(x)=(x-a)^2-a^2-a+6$

$y=f(x)$が x軸の負の部分と異なる2点で交わる条件は

軸： $a<0$　　判別式 $D/4=a^2+a-6>0 \Leftrightarrow (a-2)(a+3)>0 \Leftrightarrow a<-3, a>2$

端点： $f(0)=-a+6>0$

以上をまとめて　**$a<-3$**



(2) 底を3に揃える

$\log_3 3^{\frac{3}{2}}$，　$\dfrac{\log_3 2}{\log_3 3^{\frac{1}{2}}}=\log_3 2^2$，$\log_3 5$

$3\sqrt{3}$，4，5　の大小は　$4<5<3\sqrt{3}$ だから小さいものから順に

$\log_{\sqrt{3}} 2$，$\log_3 5$，$\frac{3}{2}$

(3) $x^3-3x^2+x=0$ となるのは $x=0$ のみ　($\because$ $x\{(x-\frac{3}{2})^2+\frac{5}{4}\}=0$ と変形できる)

(i)

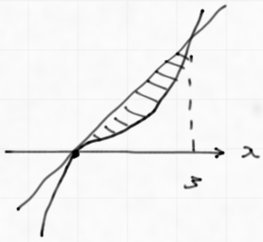
$y'=3x^2-6x+1$ だから $x=0$ のときの接線の傾きは1.

よって l は　**$y=x$**

(ii)

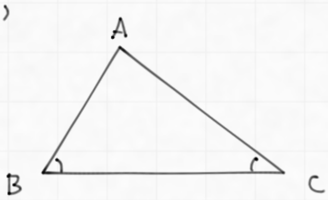
Cとlを連立.　$x^3-3x^2+x=x$　より　$x=0, 3$.

求める面積をSとして



$$S=\int_0^3 x-(x^3-3x^2+x)dx=\int_0^3 -x^3+3x^2dx=\left[-\frac{1}{4}x^4+x^3\right]=3^3\left(1-\frac{3}{4}\right)=\mathbf{\frac{27}{4}}$$

(4)



$\sin\angle ABC=\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2}=\frac{12}{13}$

$\cos\angle BCA=\frac{1}{2}$ より　$\angle BCA=60^\circ$

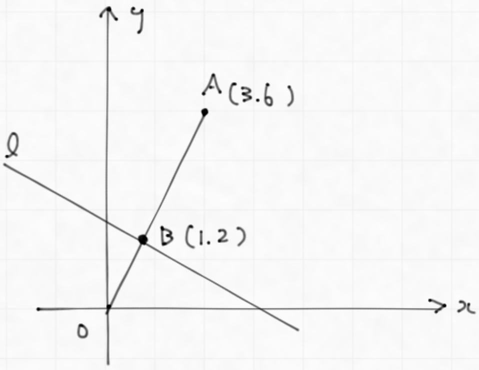
$\sin\angle CAB=\sin(180^\circ-\angle ABC-60^\circ)$

$=\sin 120^\circ\cos\angle ABC-\cos 120^\circ\sin\angle ABC$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{5}{13}+\frac{1}{2}\times\frac{12}{13}=\mathbf{\frac{12+5\sqrt{3}}{26}}$

$BC=2\times2\times\sin\angle CAB=\mathbf{\frac{24+10\sqrt{3}}{13}}$

3



(1)

(i) $\overrightarrow{OB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} = (1.2)$

$l: \ y = -\frac{1}{2}(x-1)+2$

$\therefore y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

(ii) 中心は $(a, -\frac{1}{2}a+\frac{5}{2})$ 半径 r とすると

$(x-a)^2 + (y+\frac{1}{2}a-\frac{5}{2})^2 = r^2$

$(4, -2)$を通る $(4-a)^2 + (-\frac{9}{2}+\frac{1}{2}a)^2 = r^2$

(6.4)を通る $(6-a)^2 + (\frac{3}{2}+\frac{1}{2}a)^2 = r^2$

連立 $16-8a+\cancel{a^2}+\frac{81}{4}-\frac{9}{2}a+\cancel{\frac{1}{4}a^2} = 36-12a+\cancel{a^2}+\frac{9}{4}+\frac{3}{2}a+\cancel{\frac{1}{4}a^2}$

$20-4a-18+6a=0 \qquad a=-1$

$25+25=r^2 \qquad r=5\sqrt{2}$

もとめる円は $(x+1)^2+(y-3)^2=50$

(2) (i) $a_1 = (4-1)\times 2 = 6$

(ii) 省略

(iii) $a_{n+1} = (a_n-1)\times 2 = 2a_n-2$

$a_{n+1}-2 = 2(a_n-2)$

$a_n-2 = (a_1-2)\,2^{n-1} = 2^{n+1} \qquad a_n = 2^{n+1}+2$

(iv) $2^{n+1}+2 \geqq 2021$

$2^{n+1} \geqq 2019$

$n=9$ のとき $2^{9+1}=1024$

$n=10$ 〃 $2^{10+1}=2048 \qquad n=10$