日本獣医生命大学2021

1

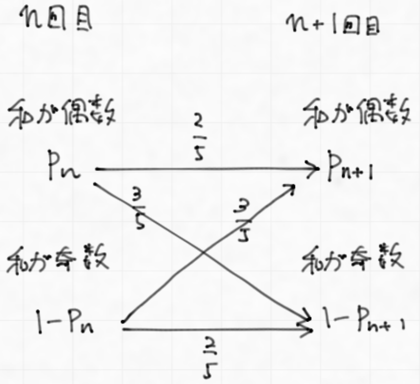
(1) $P_1 = \dfrac{2}{5}$

P_2について，1つ目が奇数のとき　2つ目も奇数．　$\dfrac{3}{5} \times \dfrac{3}{5}$

1つ目が偶数のとき　2つ目も偶数　$\dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5}$

$\therefore\ P_2 = \left(\dfrac{3}{5}\right)^2 + \left(\dfrac{2}{5}\right)^2 = \dfrac{13}{25}$

(2)



左の遷移図より

$$P_{n+1} = \frac{2}{5}P_n + \frac{3}{5}(1-P_n)$$

$$P_{n+1} = \frac{3}{5} - \frac{1}{5}P_n$$

(3)

$$P_{n+1} = -\frac{1}{5}P_n + \frac{3}{5}$$

$$P_{n+1} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{5}\left(P_n - \frac{1}{2}\right)$$

$\left\{P_n - \dfrac{1}{2}\right\}$は初項$P_1 - \dfrac{1}{2}$，公比$-\dfrac{1}{5}$の等比数列

$$P_n - \frac{1}{2} = \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$$

$$P_n = -\frac{1}{10}\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} + \frac{1}{2}$$

$$P_n = \frac{1}{2}\left\{1 + \left(-\frac{1}{5}\right)^n\right\}$$

日本獣医生命大学2021

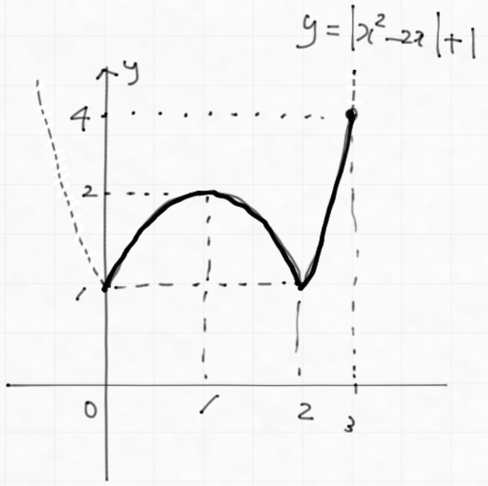
2 $\log_2(|x^2-2x|+1)=X$ とおく.

$f(x)=X^2-2X+2=(X-1)^2+1$

$X=1=\log_2 2=\log_2(|x^2-2x|+1)$ より $|x^2-2x|+1=2$ $\Leftrightarrow$ $x^2-2x=\pm1$

$x=1,\ 1\pm\sqrt{2}$ $0\leqq x\leqq 3$ を満たすので $x=$ **1**(ア), **$1+\sqrt{2}$**(イ)

このとき $f(x)$ は最小値 **1** をとる



$0\leqq x\leqq 3$ のとき $y=|x^2-2x|+1$ のグラフは右のようになっている

$x=3$ のとき $y=4$ だから X の範囲は

$\log_2 1\leqq X\leqq \log_2 4$

$0\leqq X\leqq 2$

$X=0,2$ のとき $f(x)$ は最大値 **2**(ウ) をとる

$X=0$ のとき $x=0,2$ $X=2$ のとき $x=3$

よって $f(x)=2$ となるのは $x=0,2,3$ の **3**個 あり その総和は **5**

日本獣医生命大学2021

3　A(3.8.6).　B(4.7.7)　C(8.3.2)

重心は $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}=$ **(5, 6, 5)**

$\overrightarrow{AB}=(1,-1,1)$, $\overrightarrow{AC}=(5,-5,-4)$　　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=5+5-4=6$

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2|\overrightarrow{AC}|^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}=\frac{1}{2}\sqrt{3\times 66-36}=\boldsymbol{\frac{9}{2}\sqrt{2}}$$

体積の条件② より

$$\frac{9}{2}\sqrt{2}\times|\overrightarrow{PG}|\times\frac{1}{3}=3\qquad\therefore\ |\overrightarrow{PG}|=\boldsymbol{\sqrt{2}}$$

$\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ の両方に垂直なベクトルとして $\vec{n}=(a.b.c)$　$|\vec{n}|=1$. $a>0$ を考える.

$\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}=a-b-c=0$　　$\overrightarrow{AC}\cdot\vec{n}=5a-5b-4c=0$

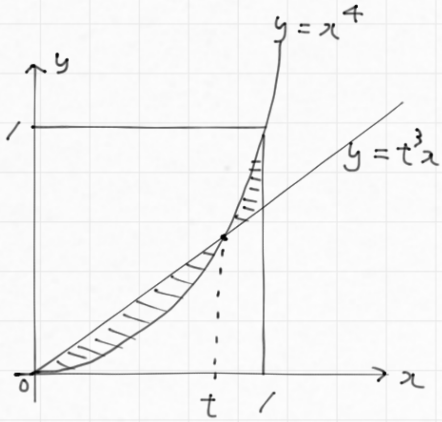
連立して $c=0$. $a=b$.　　$|\vec{n}|=1$, $a>0$ より　$(a.b.c)=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0\right)$

$$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OG}\mp\sqrt{2}\vec{n}=\boldsymbol{(4.5.5).\ (6.7.5)}$$

日本獣医生命大学2021

4

(1) $x^4 = t^3x$ $\quad x = t \quad$ **(t, t^4)**



(2) $S(t) = \int_0^t t^3x - x^4 dx + \int_t^1 x^4 - t^3x dx$

$= \left[\frac{1}{2}t^3x^2 - \frac{1}{5}x^5\right]_0^t + \left[\frac{1}{2}t^3x^2 - \frac{1}{5}x^5\right]_1^t$

$= \left(\frac{1}{2}t^5 - \frac{1}{5}t^5\right)\times 2 - \frac{1}{2}t^3 + \frac{1}{5}$

$=$ **$\frac{3}{5}t^5 - \frac{1}{2}t^3 + \frac{1}{5}$**

(3) $S'(t) = 3t^4 - \frac{3}{2}t^2 = 3t^2\left(t^2 - \frac{1}{2}\right)$ $\quad S'(t) = 0$ となるのは $t = 0, \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$0 < t < 1$ における $S(t)$ の増減は下のようになる

t	0	$\cdots$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\cdots$	1
$S'(t)$	0	$-$	0	$+$	
$S(t)$		$\searrow$		$\nearrow$	

$t = \frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき $S(t) = \frac{3}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{5}$

$=$ **$\frac{1}{5} - \frac{\sqrt{2}}{20}$**