大阪府立大2021

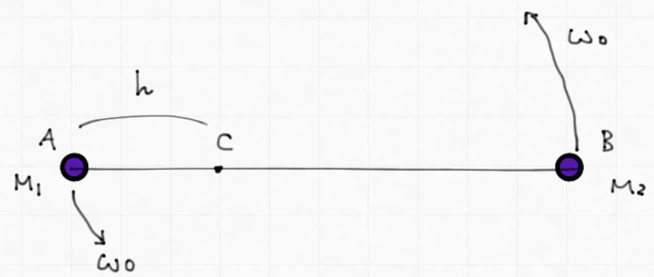
1

Aについて

$$M_1 h\omega_0^2 = G\frac{M_1M_2}{r^2}$$

Bについて

$$M_2(r-h)\omega_0^2 = G\frac{M_1M_2}{r^2}$$



(1a) $M_1h\omega_0^2$ (1b) $M_2(r-h)\omega_0^2$

(2) $M_1h\omega_0^2 = M_2(r-h)\omega_0^2$ より $h=\frac{M_2}{M_1+M_2}r$

(3) $\omega_0^2 = \frac{G\cancel{M_1}M_2}{\cancel{M_1}hr^2} = \frac{G\cancel{M_2}}{r^2}\times\frac{M_1+M_2}{\cancel{M_2}r}$ $\omega_0 = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{G(M_1+M_2)}{r}}$

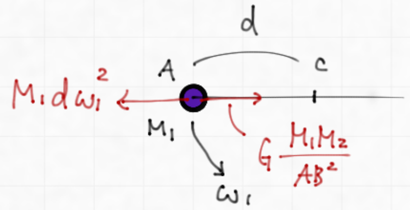
(4) $\cancel{\pi}h^2\times\frac{\omega_0}{2\cancel{\pi}} = \frac{1}{2}h^2\omega_0$

(5) 重心は動かない。 $AC:CB = h : r-h = M_2 : M_1 = d : AB-d$

$M_1 d = M_2(AB-d)$ $AB = \frac{M_1+M_2}{M_2}d$

(6) 角速度をω_1として.

$S_A = \frac12 h^2\omega_0 = \frac12 d^2\omega_1$ $\omega_1 = \frac{h^2\omega_0}{d^2}$



(7) 力 $= M_1 d\omega_1^2 - G\frac{M_1M_2}{AB^2}$

$$= M_1 d\frac{h^4\omega_0^2}{d^4} - GM_1M_2\times\frac{M_2^2}{(M_1+M_2)^2d^2}$$

$d=h$のとき 力がつりあうので $M_1h\omega_0^2 = G\frac{M_1M_2}{r^2}$ $GM_1M_2 = M_1h\omega_0^2r^2$

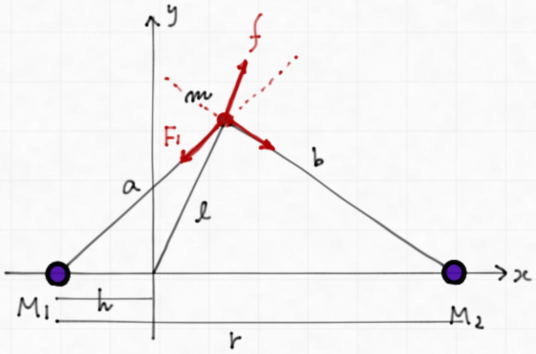
力 $= M_1\frac{h^4\omega_0^2}{d^3} - M_1h\omega_0^2\left(\cancel{\frac{M_2}{M_1+M_2}}\right)^2\cdot\frac{1}{d^2}\times\left(\cancel{\frac{M_1+M_2}{M_2}}\right)^2h^2$ $(\because r = \frac{M_1+M_2}{M_2}h)$

$$\fallingdotseq M_1\cancel{h^4}^{\,h}\omega_0^2\frac{1}{\cancel{h^3}}\left(1-3\frac{d-h}{h}\right) - M_1\cancel{h^3}\omega_0^2\frac{1}{\cancel{h^2}}\left(1-2\frac{d-h}{h}\right)$$

$$= M_1\omega_0^2(h-3d+3h) - M_1\omega_0^2(h-2d+2h)$$

$$= M_1\omega_0^2(h-d) = -M_1\omega_0^2(d-h)$$ $k = M_1\omega_0^2$

(8) 角振動数はω_0と等しいので $T=\frac{2\pi}{\omega_0}$ 最大から最小までは半周期を要するので $\frac{\pi}{\omega_0}$



(9a) $F_1 = G\frac{M_1m}{a^2}$ (9b) $F_2 = G\frac{M_2m}{b^2}$

(10) $f\times\frac{\frac{r-h}{r}a}{l} = F_1 = G\frac{M_1m}{a^2}$

$f\times\frac{\frac{h}{r}b}{l} = F_2 = G\frac{M_2m}{b^2}$

辺々割って $\frac{(r-h)a}{hb} = \frac{b^2}{a^2}\times\frac{M_1}{M_2}$

(2)より $h=\frac{M_2}{M_1+M_2}r$ を代入して整理 $\frac{\frac{M_1}{M_1+M_2}r}{\frac{M_2}{M_1+M_2}r} = \frac{b^3}{a^3}\times\frac{M_1}{M_2} \Leftrightarrow a^3=b^3$

よって $a=b$ が成り立つ

つまりPのx座標はAとBの中点で、$x_p = \frac{r-h+(-h)}{2} = \frac{r}{2}-h$

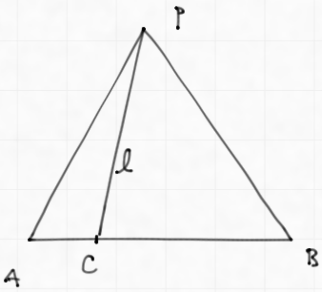
(11) $f\times\frac{\frac{r-h}{r}a}{l} = F_1 = G\frac{M_1 m}{a^2}$ より $\frac{M_1}{M_1+M_2}\times\frac{a}{l}\times f = G\frac{M_1 m}{a^2}$

$f = ml\omega_0^2$ と $M_1 h\omega_0^2 = G\frac{M_1M_2}{r^2}$ から $GM_1 = \frac{M_1}{M_1+M_2}r^3\omega_0^2$ を上式に代入

$$\cancel{\frac{M_1}{M_1+M_2}}\times\frac{1}{\cancel{l}}\times\cancel{m}\cancel{l}\cancel{\omega_0^2} = \frac{\cancel{m}}{a^3}\times\cancel{\frac{M_1}{M_1+M_2}}r^3\cancel{\omega_0^2}$$

$$a^3=r^3$$

$$a=r$$



よって△PABは正三角形であり、Pのy座標は $y_p = r\sin60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}r$

(12a)(12b)

右図より l が最も短かくなるのは C が AB の中点となっているときで、そのとき $l=\frac{\sqrt{3}}{2}r$

よって $\frac{\sqrt{3}}{2}\le\frac{l}{r}<1$

ラグランジュ点

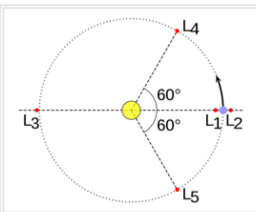
出典: フリー百科事典『ウィキペディア（Wikipedia）』

この項目では、天文学に関する記事について説明しています。ファミリーコンピュータのゲーム『ラグランジュポイント』については「ラグランジュポイント (ゲーム)」をご覧ください。

ラグランジュ点（ラグランジュてん、英語: Lagrangian point(s)、略称：L 点）とは、天体力学における円制限三体問題の5つの平衡解、すなわち天体と天体の重力で釣り合いが取れる「宇宙の中で安定するポイント」である。名はその存在を18世紀後半にレオンハルト・オイラーと共に確認したジョゼフ＝ルイ・ラグランジュにちなむ。

ラグランジュポイントはあらゆる天体系に存在する可能性があるため、どの天体を基準にしたものかについて常に意識する必要がある。例えば後述の木星トロヤ群の例は恒星-惑星の系だが、土星の衛星の例は惑星-衛星の系である。地球が関連するラグランジュ点についても太陽-地球の系を指す場合と地球-月の系を指す場合ではラグランジュ点の位置が異なるため、しばしば注意を要する。

SFではしばしば**ラグランジュ・ポイント**と表現され、『機動戦士ガンダム』の影響もあって知られるようになった[1][2]。

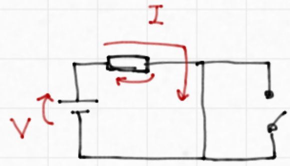


図の黄色で示される天体を青色で示される天体が公転しているとき、L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 の点がラグランジュ点、更に L_4とL_5がトロヤ点となる。ただし、L_1とL_2の天体からの距離は、両天体の質量比による。

大阪府立大2021

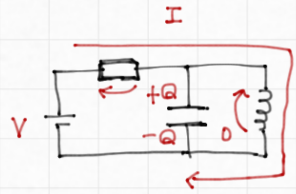
2 (あ) スイッチを閉じた直後、コンデンサーに電荷は無く(導線とみなせる)

コイルは電流を流さない(スイッチが開いている状態とみなせる)　(右図)



コイルを流れる電流は **0**　(参考) このとき、コンデンサーを流れる電流

を I として　$V=IR$ が成り立つので　$I=\frac{V}{R}$



(い) 十分に時間が経つとコンデンサーに流れこむ電荷は無く、

電流が一定の値となっているので、コイルにかかる電圧は0となる

したがって　$V=IR$ の関係が成り立つので　$I=\mathbf{\frac{V}{R}}$ となっている

(参考) このときコイルの両端の電圧は0だから
コンデンサーにかかる電圧も0　よって $Q=0$

(う) $\mathbf{L\frac{\Delta I}{\Delta t}}$　　(え) $L\frac{\Delta I}{\Delta t}\times I\Delta t = \mathbf{LI\Delta I}$

(お) $\int_0^{\frac{V}{R}} LI\,dI = \left[\frac{1}{2}LI^2\right]_0^{\frac{V}{R}} = \frac{1}{2}L\left(\frac{V}{R}\right)^2 = \mathbf{\frac{LV^2}{2R^2}}$　　$\left(\frac{1}{2}LI^2\text{の公式を用いるのが現実的}\right)$

(か) 磁場の強さ　$H=\frac{N}{b}I$

したがってコイル内の磁場の持っているエネルギーは　$\frac{1}{2}\mu\left(\frac{N}{b}I\right)^2\times\pi a^2 b$

これが $\frac{1}{2}LI^2$ と一致するので

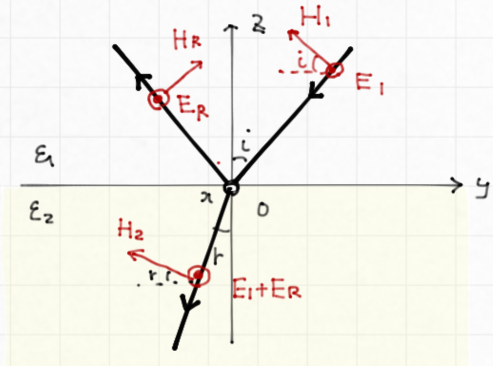
$\frac{1}{2}\mu\left(\frac{N}{b}I\right)^2\times\pi a^2 b = \frac{1}{2}LI^2$　　これを解いて、　$L=\mathbf{\frac{\pi\mu a^2N^2}{b}}$

(き) $\frac{1}{2}\varepsilon_1 E^2 = \frac{1}{2}\mu H^2$、　$H=A_1E$ を連立　$\varepsilon_1\cancel{E^2}=\mu A_1^2\cancel{E^2}$　　$A_1=\mathbf{\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu}}}$

(く) (き)と同様　$A_2=\mathbf{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu}}}$

(け)(こ) 入射波および反射波の磁場の大きさを H_1、H_R として

$H_1=A_1E_1$　,　$H_R=A_1E_R$



よってy成分は、$-H_1\cos i = \mathbf{-A_1E_1\cos i}$

同様に　$H_R\cos i = \mathbf{A_1E_R\cos i}$

(さ) $H_2=A_2E_2=A_2(E_1+E_R)$

H_2 のy成分は　$-H_2\cos r = \mathbf{-A_2(E_1+E_R)\cos r}$

よって　$-A_1E_1\cos i + A_1E_R\cos i = -A_2(E_1+E_R)\cos r$ …①

(し) z成分について、

$H_1\sin i + H_R\sin i = H_2\sin r$

$A_1(E_1+E_R)\sin i = A_2(E_1+E_R)\sin r$　⇔　$\mathbf{A_1\sin i = A_2\sin r}$

(す) $\sin r = \frac{A_1}{A_2}\sin i = 1$ となることから　$\mathbf{A_1>A_2}$

$(A_1+A_2)E_R$
$=A_1E_1-A_2E$

(せ) 波長を λ_1、λ_2 として、　$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{\sin r}{\sin i}$　よって　$\lambda_2=\frac{\sin r}{\sin i}\lambda_1=\mathbf{\frac{A_1}{A_2}}\lambda_1$

(そ) ①で $i=r=0$ として　$A_1(E_1-E_R)=A_2(E_1+E_R)$ より　$E_R=\mathbf{\frac{A_1-A_2}{A_1+A_2}}E_1$

(た) $\mathbf{A_1<A_2}$ のとき、E_R と E_1 が逆位相となっている。