神戸学院大学2022

1

(1) 1のカードで終了

直前までの和は4で、その取り出し方は、

4枚(全て1) … 1通り　　3枚(1,1,2) … ${}_3H_{4-3} = {}_3C_1 = 3$通り

2枚 … ${}_2H_{4-2} = {}_3C_2 = 3$通り　　1枚(4のみ) … 1通り.　　合計 **8通り**

2のカードで終了

直前までの和は3または4.　　和が4のときは上に同じ.

和が3のとき、上と同様に考え

$$\underset{3枚}{1} + \underset{2枚}{{}_2H_{3-2}} + \underset{1枚}{1} = 4 \text{通り}$$

和が4のときと併せて **12通り**

3の数字で終了

直前までの和は2または3または4.

和が2のとき、2枚の1または1枚2がでたときの2通り.　　合計 **14通り**

(2)

1枚目	1	2枚目は	4, 5, 6
〃	2	〃	3, 4, 5, 6
〃	3	〃	2, 3, 4, 5, 6
〃	4	〃	1, 2, 3, 4, 5, 6
〃	5	} 1枚目で終了	
〃	6		

取り出し方は $3+4+5+6 = $ **18通り**

確率は $\frac{1}{6}\times\frac{3}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{4}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{6}{6}$

$$= \frac{18}{36} = \mathbf{\frac{1}{2}}$$

(3) 2回目までに終了していないのは (2)より6通りしかない

1枚目	2枚目	3枚目
1	1	3, 4, 5, 6
1	2	2, 3, 4, 5, 6
1	3	1, 2, 3, 4, 5, 6
2	1	2, 3, 4, 5, 6
2	2	1, 2, 3, 4, 5, 6
3	1	1, 2, 3, 4, 5, 6

$$\frac{1}{36}\times\frac{(4+5+6+5+6+6)}{6} = \frac{\cancel{32}^{\cancel{16}\ 4}}{\cancel{36}_{9}\cdot\cancel{6}_{3}} = \frac{4}{27}$$

そのうち3枚目が3以下は○で囲った14通り.

$$\frac{14}{4+5+6+5+6+6} = \frac{14}{32} = \mathbf{\frac{7}{16}}$$

2 (1) lとmを連立 $3x-5=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$ 　　A $(2,1)$

lとnを連立 $3x-5=-x+11$ 　　B $(4,7)$

mとnを連立 $\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}=-x+11$ 　　C $(8,3)$

(2) $x+y-11=0$ と $(2,1)$ の距離 $\frac{|2+1-11|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{8}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$

(3) (i) $\overrightarrow{AB}=(2,6)$, $\overrightarrow{AC}=(6,2)$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\left|2\times2-6\times6\right|=16$

(ii) ABの垂直二等分線は 中点 $(3,4)$ を通って ABの傾き $\frac{7-1}{4-2}=3$ と垂直だから

$y=-\frac{1}{3}(x-3)+4=-\frac{1}{3}x+5$ …①

ACの垂直二等分線は 中点 $(5,2)$ を通って ACの傾き $\frac{3-1}{8-2}=\frac{1}{3}$ と垂直だから

$y=-3(x-5)+2=-3x+17$ …②

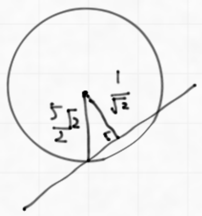
①②を連立 $-\frac{1}{3}x+5=-3x+17$ 　　$(x,y)=\left(\frac{9}{2},\frac{7}{2}\right)$

この点とAとの距離は $\sqrt{\left(\frac{9}{2}-2\right)^2+\left(\frac{7}{2}-1\right)^2}=\frac{5}{2}\sqrt{2}$

これが半径となるので、

$$\left(x-\frac{9}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{25}{2}$$

(iii) (ii)の円の中心 $\left(\frac{9}{2},\frac{7}{2}\right)$ と $x-y=0$ との距離は $\frac{\left|\frac{9}{2}-\frac{7}{2}\right|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$



左図より、三平方の定理を用いて、弦の長さは

$$\sqrt{\left(\frac{5}{2}\sqrt{2}\right)^2-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}\times2=4\sqrt{3}$$

3

(1) $\log_{10}72 = \log_{10}2^3 \times 3^2 = 3\log_{10}2 + 2\log_{10}3 = \mathbf{3a + 2b}$

$\log_{10}\frac{45}{8} = \log_{10}\frac{3^2 \cdot 10}{2^4} = 2b + 1 - 4a = \mathbf{-4a + 2b + 1}$

$\log_4\frac{\sqrt{18}}{5} = \frac{\frac{1}{2}\log_{10}18 - \log_{10}5}{2a} = \frac{\frac{1}{2}(a+2b) - 1 + a}{2a} = \mathbf{\frac{3a+2b-2}{4a}}$

(2) $\log_{10}36^{23} = 23(2\log_{10}2 + 2\log_{10}3) = 46(0.3010 + 0.4771) = 35.7926 = \mathbf{35.8}$

$36^{23} = 10^{35.8} = 10^{0.8} \times 10^{35}$ **36桁**

$\log_{10}9^{10} = 10 \times 2\log_{10}3 = 20 \times 0.4771 = 9.542 = \mathbf{9.54}$

$9^{10} = 10^{9.54} = 10^9 \times 10^{0.54}$

$\log_{10}4 = 2 \times \log_{10}2 = 0.6020$ だから. $10^{0.4771} < 10^{0.54} < 10^{0.6020} \Leftrightarrow 3 < 10^{0.54} < 4$

$n = \mathbf{3}$ よって 9^{10}の最高位の数は **3**

4

(1) $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$

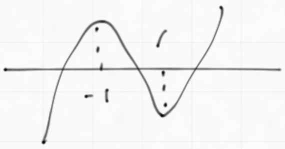
$f'(x) = 0$ となるのは $x = 1, -1$

$f(x)$ の増減は右表のようになる

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

$x = -1$ で極大．$x = 1$ で極小値をとる．

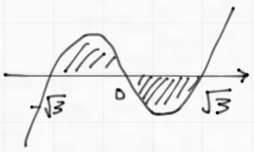
(2) $f(1) = 1 - 3 + k + 2 = k$,　$f(-1) = -1 + 3 + k + 2 = 4 + k$



$f(1) < 0$ かつ $f(-1) > 0$ のとき．$f(x) = 0$ は異なる3つの実数解をもつ

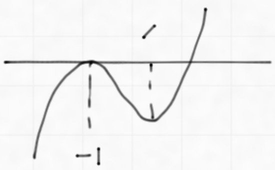
$k < 0$，$4 + k > 0$　　$\therefore$ $\mathbf{-4 < k < 0}$

(3) $k = -2$ のとき　$f(x) = x^3 - 3x = x(x^2 - 3)$



$$S = \int_{-\sqrt{3}}^{0} x^3 - 3x \, dx \times 2 = \left[\frac{1}{2}x^4 - 3x^2 \right]_{-\sqrt{3}}^{0} = 0 - \frac{9}{2} + 9 = \mathbf{\frac{9}{2}}$$

(4)



$y = f(-1) = 4 + k$

$$S = \int_{-1}^{2} 4 + k - (x^3 - 3x + k + 2) \, dx$$

$$= \int_{-1}^{2} -(x-2)(x+1)^2 \, dx$$

$$= \int_{-1}^{2} -(x+1)^3 + 3(x+1)^2 \, dx$$

$$= \left[-\frac{1}{4}(x+1)^4 + (x+1)^3 \right]_{-1}^{2} = -\frac{3^4}{4} + 3^3 = \frac{108 - 81}{4} = \mathbf{\frac{27}{4}}$$