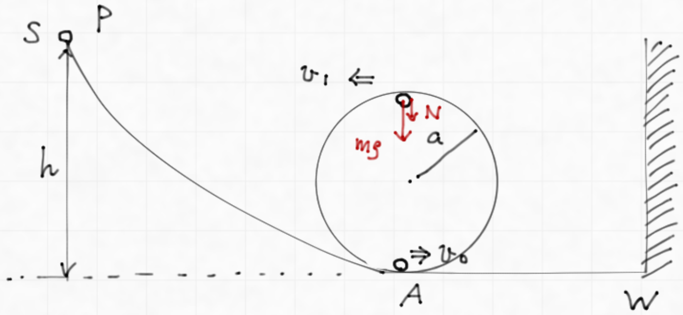
北海道大学2021

1 問1



(1) エネルギー保存

$mgh = \frac{1}{2}mv_0^2$ より $v_0 = \boxed{\sqrt{2gh}}$

(2) 円運動の最高点で垂直抗力 $N \geqq 0$ であればよい。

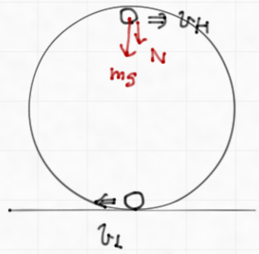
$$\begin{cases} \text{エネルギー保存} & mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + mg\cdot 2a \\ \text{運動方程式} & m\frac{v_1^2}{a} = mg + N \end{cases}$$

$$N = \frac{1}{a}mv_1^2 - mg = \frac{2}{a}(mgh - 2mga) - mg = \frac{2}{a}mgh - 5mg \geqq 0 \qquad h \geqq \frac{5}{2}a$$

(3) $ev_0 = e\sqrt{2gh}$

(4) 小球が円形ループを1周するための条件を考える。

ループに突入するときの初速を v_L とすると (最上点での速度を v_H とする



$$\begin{cases} \text{エネルギー保存} & \frac{1}{2}mv_L^2 = \frac{1}{2}mv_H^2 + mg\cdot 2a \\ \text{運動方程式} & m\frac{v_H^2}{a} = mg + N \end{cases}$$

最上点で垂直抗力が0以上となればよいので

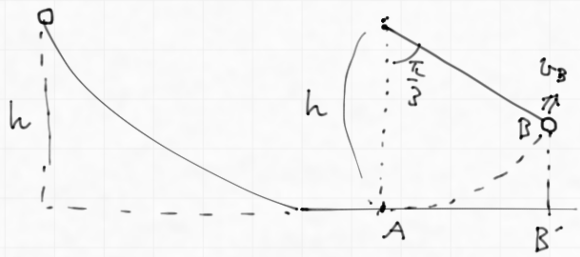
$$N = m\frac{v_H^2}{a} - mg = \frac{1}{a}(mv_L^2 - 4mga) - mg = m\left(\frac{v_L^2}{a} - 5g\right) \geqq 0$$

$$v_L \geqq \sqrt{5ag}$$

壁と衝突する度に速さは e 倍になるので、n 回衝突後の速さは $e^n v_0$

よって $e^n v_0 \geqq \sqrt{5ag}$ が成り立てば条件を満たす。

$$e^n\sqrt{2gh} \geqq \sqrt{5ag} \qquad h \geqq \frac{5}{2e^{2n}}a$$



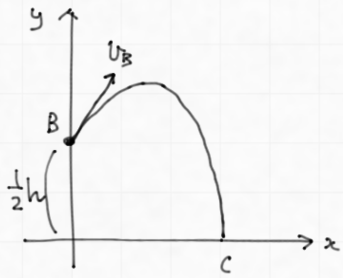
問2 (5) 同じ質量で弾性衝突したのでQは速さ v_0、Pは0になる。

$v_Q = \boxed{\sqrt{2gh}}$, $v_P = 0$

(6) B点での速さを v_B として エネルギー保存則を考えると

$$\frac{1}{2}mv_Q^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mg\cdot\left(\frac{1}{2}h\right) \qquad v_B = \boxed{\sqrt{gh}}$$

(あ) B点以降Qにかかる力は鉛直方向の重力のみ (イ)



(7) B点以降の運動について、QがB点にあるときの時刻を t=0 とし、右のように x, y 軸を定めると

$$\begin{cases} v_x = v_B\cos 60^\circ \\ x = v_B\cos 60^\circ\cdot t \end{cases} \qquad \begin{cases} v_y = v_B\sin 60^\circ - gt \\ y = v_B\sin 60^\circ\cdot t - \frac{1}{2}gt^2 + \frac{1}{2}h \end{cases}$$

最高点では $v_y = 0$ だから $t = \frac{v_B}{g}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2g}\sqrt{gh} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3h}{g}}$

(8) (7)の時の高さ。 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}v_B\cdot\frac{\sqrt{3}v_B}{2g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{\sqrt{3}v_B}{2g}\right)^2 + \frac{1}{2}h = \frac{7}{8}h$

(9) $y = 0$ のときの時刻は

$$t = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{7})}{2}\sqrt{\frac{h}{g}}$$

このとき

$$x = \frac{1}{2}\sqrt{gh}\times\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{7})}{2}\sqrt{\frac{h}{g}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{4}h$$

北海道大学2021

2

問1

(1) $p_1 = p_0 + \frac{Mg}{S}$

(2) $V_1 = \frac{RT_0}{p_1}$

(3) エネルギー $= \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot R \cdot T_0 \times \frac{1}{N_A} = \frac{3RT_0}{2N_A}$

(4) $p_A = p_1 \left(\frac{V_1}{V_A}\right)^{\frac{5}{3}}$

(5) $U_A = \frac{3}{2}RT_A = \frac{3}{2}p_AV_A = \frac{3\,p_1V_1^{\frac{5}{3}}}{2\,V_A^{\frac{2}{3}}} = \frac{3}{2}RT_0\left(\frac{V_1}{V_A}\right)^{\frac{2}{3}}$

(あ) 断熱圧縮では気体が仕事をされることで
内部エネルギーが増加。すなわち温度は高くなる。
$(T_0 < T_A)$ したがって

$$p_A = \frac{RT_A}{V_A} > p' = \frac{RT_0}{V_A}$$

であり、等温変化させたときの気体Aの圧力は p_A と比べて小さい (ウ)

$$p_1V_1 = RT_0 \quad , \quad p_1 = p_0 + \frac{Mg}{S}$$

断熱圧縮 $\downarrow$ $0 = W + \frac{3}{2}R(T_A - T_0)$, $p_1V_1^{\frac{5}{3}} = p_AV_A^{\frac{5}{3}}$

$$p_AV_A = RT_A$$

$$p_1V_1 = RT_0$$

等温 $\downarrow$ $Q = W + 0$

$$p'V_A = RT_0$$

問2

(6) $p_2 = \frac{2RT_0}{V_1} = 2p_1$

(い) (イ)

(7) $-p_2\left(\frac{V_1}{4} - \frac{V_1}{2}\right) = \frac{1}{4}p_2V_1$

(8) $-Q_2 = \frac{1}{4}p_2V_1 + E$

$$p_1V_1 = RT_0$$

等温 $\downarrow$ $Q_1 = W_1 + 0$

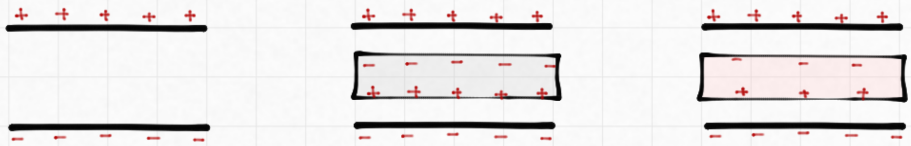
$$p_2\frac{V_1}{2} = RT_0$$

液化 $\downarrow$ $Q_2 = p_2 \cdot \left(\frac{V_1}{4} - \frac{V_1}{2}\right) - E$

$$p_2\frac{V_1}{4} = n\,RT_0$$

北海道大学2021

3 問1



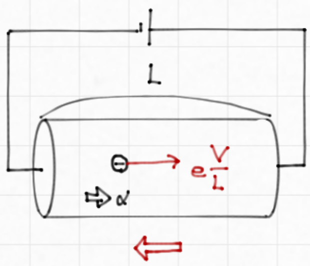
容量 $\varepsilon_0 \frac{S}{d}$ 　　 $\varepsilon_0 \frac{S}{d/2}$ 　　 $\varepsilon_0 \frac{S}{d/2}$ と $\varepsilon \frac{S}{d/2}$ の直列接続

$$\frac{1}{\frac{d}{2\varepsilon_0 S}+\frac{d}{2\varepsilon S}} = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0 S}{d(\varepsilon+\varepsilon_0)}$$

エネルギー $\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 \frac{S}{d}}$ 　　 $\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 \frac{S}{d/2}}$ 　　 $\frac{Q^2}{2\cdot\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 S}{d(\varepsilon+\varepsilon_0)}}$

(1) $U_A = \frac{dQ^2}{2\varepsilon_0 S}$ 　(2) $\frac{2\varepsilon_0 S}{d}$ 　(3) $U_B = \frac{dQ^2}{4\varepsilon_0 S} = \frac{1}{2}U_A$

(4) $\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 S}{d(\varepsilon+\varepsilon_0)}$ 　(5) $U_C = \frac{dQ^2(\varepsilon+\varepsilon_0)}{4\varepsilon\varepsilon_0 S} = \frac{\varepsilon+\varepsilon_0}{2\varepsilon}U_A$



(あ) $U_B = \frac{1}{2}U_A$, $U_C = \frac{\varepsilon+\varepsilon_0}{2\varepsilon}U_A = \frac{1+\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}}{2}U_A < U_A$

$U_A > U_C > U_B$ 　(エ)

問2 (6) 電場の大きさは $\frac{V}{L}$ だから、運動方程式は

$m\alpha = e\frac{V}{L}$ 　　 $\therefore \alpha = \frac{eV}{mL}$

(7) 衝突直前の速さ $= \alpha T = \frac{eV}{mL}T$

(8) $I = enwS$

(9) $= en\frac{eV}{2mL}TS = \frac{e^2nTS}{2mL}V$

(10) 導体棒の体積 SL

その中の電子の総数 nSL

1秒間で1つの電子が失う.エネルギー 　 $\frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(\frac{eVT}{mL}\right)^2 \times \frac{1}{T} = \frac{e^2V^2T}{2mL^2}$

導体棒全体で失うエネルギー

$$\frac{e^2V^2T}{2mL^{\cancel{2}}} \times nS\cancel{L} = \frac{e^2nTS}{2mL}V^2$$