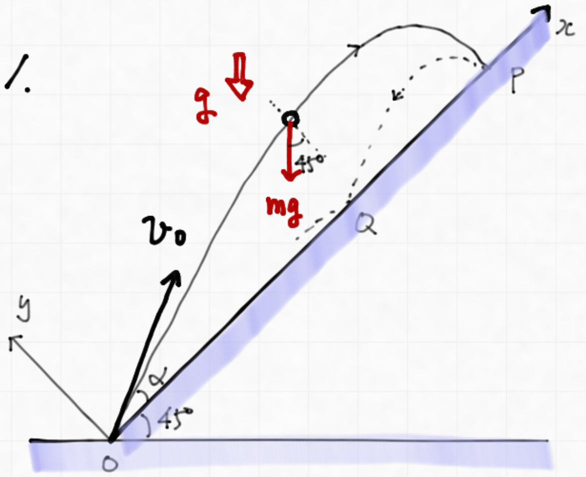
大阪市立大2021

1.



問1　小球は鉛直下方に大きさgの加速度運動をしているので

$$v_x = v_0\cos\alpha - g\sin 45°\cdot t$$
$$= \boldsymbol{v_0\cos\alpha - \frac{\sqrt{2}}{2}gt}$$

$$v_y = v_0\sin\alpha - g\cos 45°\cdot t$$
$$= \boldsymbol{v_0\sin\alpha - \frac{\sqrt{2}}{2}gt}$$

問2　Pで衝突するまでの小球の運動は

$$x = v_0\cos\alpha\cdot t - \frac{1}{2}g\sin 45°\, t^2 = v_0\cos\alpha\, t - \frac{\sqrt{2}}{4}gt^2$$
$$y = v_0\sin\alpha\, t - \frac{\sqrt{2}}{4}gt^2$$

$t=t_1$のとき、$y=0,\ x=L$となるので

$$0 = v_0\sin\alpha\, t - \frac{\sqrt{2}}{4}gt^2$$

$t\neq 0$だから　$t_1 = \boldsymbol{\dfrac{2\sqrt{2}v_0\sin\alpha}{g}}$

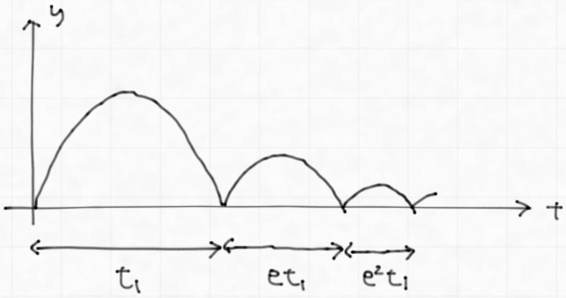
$$L = v_0\cos\alpha\,\frac{2\sqrt{2}v_0\sin\alpha}{g} - \frac{\sqrt{2}}{\cancel{4}}\cancel{g}\,\frac{\overset{2}{\cancel{8}}v_0^2\sin^2\alpha}{g^{\cancel{2}}} = \boldsymbol{\frac{2\sqrt{2}v_0^2\sin\alpha}{g}(\cos\alpha - \sin\alpha)}$$

問3　$t=t_1$のとき　$v_x = 0$

$$v_0\cos\alpha - \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}\cancel{g}\times\frac{\cancel{2}\sqrt{2}v_0\sin\alpha}{\cancel{g}} = 0 \iff \cos\alpha = 2\sin\alpha$$

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$と連立して　$\sin^2\alpha = \frac{1}{5}$　　$0<\alpha<45°$だから　$\sin\alpha = \boldsymbol{\dfrac{1}{\sqrt{5}}}$

問4



はねかえり係数がeのとき、速度は$-e$倍になり、次の衝突までに要する時間は左図のようにe倍となる。

$\boldsymbol{et_1}$

問5　3度目の衝突が起こるまでのトータルの所用時間は　$t_1 + et_1 + e^2t_1$

このとき、$x=0$となるので

$$v_0\cos\alpha\,\cancel{t_1(1+e+e^2)} - \frac{\sqrt{2}}{4}gt_1^{\cancel{2}}\cancel{(1+e+e^2)}^{\cancel{2}} = 0$$

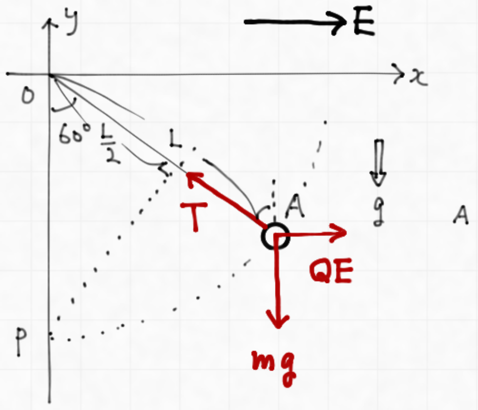
$$\cancel{v_0}\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}\cancel{g}\cdot\frac{2\sqrt{2}\cancel{v_0}\sin\alpha}{\cancel{g}}(1+e+e^2)\qquad e^2+e+1 = \frac{1}{\tan\alpha} = 2$$

$e^2+e-1=0$より

$$e = \boldsymbol{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$$

大阪市立大2021

2.



問1　力のつりあい

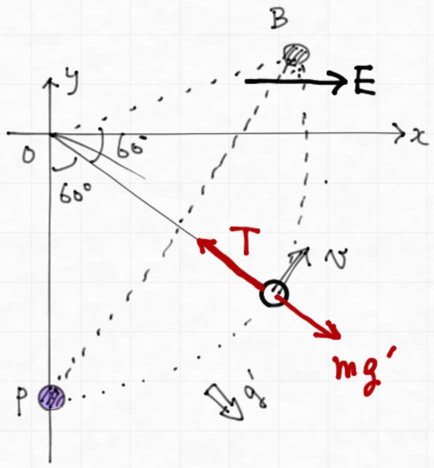
$$\begin{cases} x\text{方向} & QE = T\sin 60^\circ \\ y\text{方向} & T\cos 60^\circ = mg \end{cases}$$

連立して　$E = \dfrac{\sqrt{3}mg}{Q}$

$$mg' = \sqrt{(QE)^2 + (mg)^2} = 2mg \qquad g' = 2g$$

問2　見かけの重力加速度 g' を用いてエネルギーを考える

$$W = m\cdot g'\cdot \frac{L}{2} - 0 \quad \text{より} \quad W = mgL$$



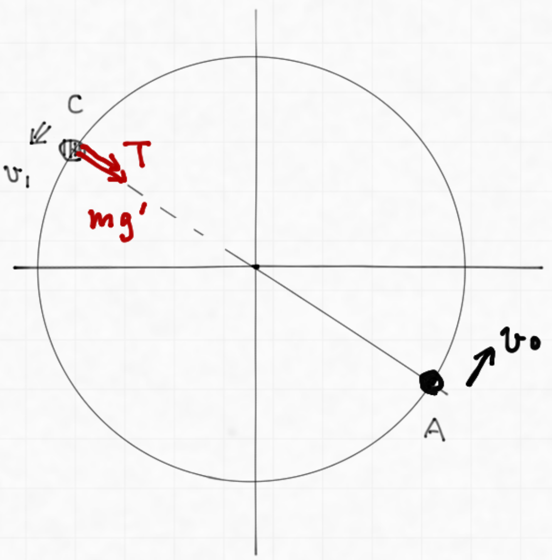
問3　見かけの重力加速度を用いてエネルギー保存および円運動の運動方程式を立てる

$$\begin{cases} mg'\dfrac{L}{2} = \dfrac{1}{2}mv^2 \\ m\dfrac{v^2}{L} = T - mg' \end{cases}$$

連立して　$\dfrac{mg'\cancel{L}}{\cancel{L}} = T - mg' \qquad T = 2mg' = 4mg$

問4　左図のBの位置まで上がってくる

$$(x, y) = (L\cos 30^\circ, L\sin 30^\circ) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}L, \frac{1}{2}L\right)$$



問5　左図Cの点での運動方程式とエネルギー保存則より

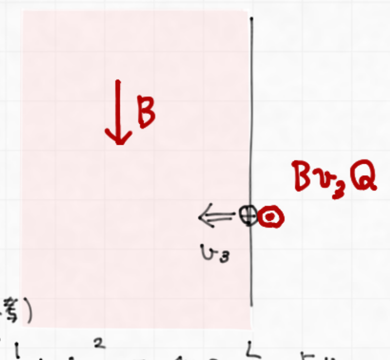
$$\begin{cases} m\dfrac{v_1^2}{L} = T + mg' \\ \dfrac{1}{2}mv_0^2 = \dfrac{1}{2}mv_1^2 + mg'\cdot 2L \end{cases}$$

連立して　$\dfrac{1}{L}(mv_0^2 - 4mg'L) = T + mg'$

$$T = \frac{mv_0^2}{L} - 5mg'$$

$T \geqq 0$ が1周するための条件で

$$v_0 \geqq \sqrt{5g'L} = \sqrt{10gL}$$



問6　Pに達したときの速さを v_3 とすると、水平方向は Bv_3Q (N) のローレンツ力により円運動する　$Bv_3Q = m\dfrac{v_3^2}{r}$

その周期Tは　$T = \dfrac{2\pi r}{v_3} = \dfrac{2\pi m}{BQ}$

磁場中で、鉛直方向は等加速度運動するので

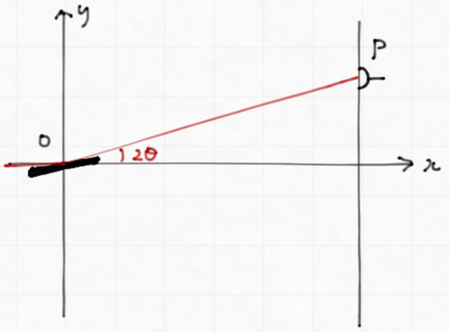
$$y = -L - \frac{1}{2}g\left(\frac{T}{2}\right)^2 = -L - \frac{1}{8}g\frac{4\pi^2m^2}{B^2Q^2} = -L - \frac{\pi^2m^2g}{2B^2Q^2}$$

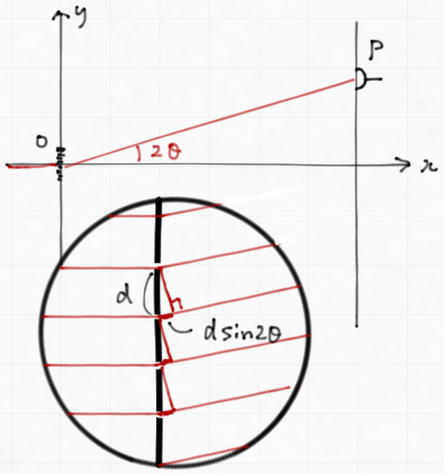
(参考)

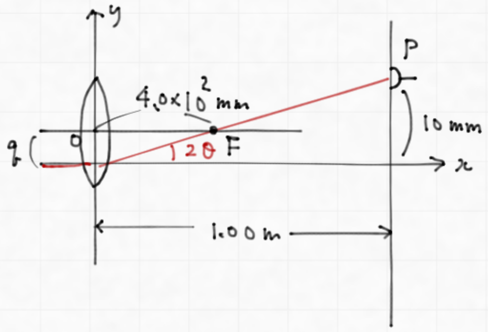
$$\left(\frac{1}{2}mv_3^2 = mg\cdot\frac{L}{2} \ \text{より} \ v_3 = \sqrt{gL}\right)$$

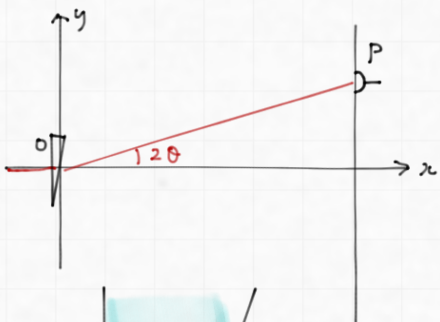
大阪市立大 2021

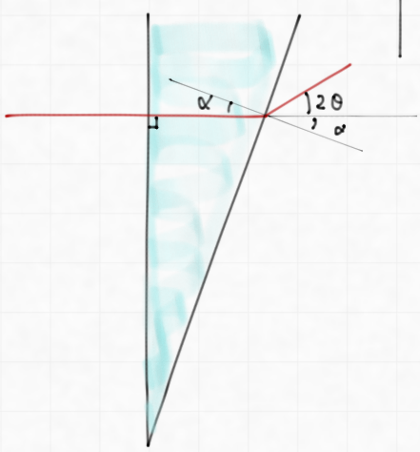
3











問1　光の振れ角は2θとなるので

$$\tan 2\theta = \frac{10\ \mathrm{mm}}{1\ \ \mathrm{m}} = 10^{-2}$$

$$2\theta \fallingdotseq 10^{-3} \qquad \theta = \mathbf{5.0\times10^{-3}}$$

問2　となりあうスリットからの回折光の光路差が波長の整数倍（1次の回折光は1倍）となったときに強めあうので

$$d\sin 2\theta = \lambda$$

$$d \times \frac{10\ \mathrm{mm}}{1.0\ \ \mathrm{m}} \fallingdotseq \lambda \qquad \therefore d = \mathbf{5.0\times10^{-5}}$$

(m)

問3

$$\tan 2\theta = \frac{10\times10^{-3}}{1.00} = \frac{q}{4.0\times10^{2}\times10^{-3}}$$

$$q = 4\times10^{-1}\times10^{-2} = \mathbf{4.0\times10^{-3}}\ \mathrm{m}$$

問4　左下図より

$$\frac{\sin\alpha}{\sin(2\theta+\alpha)} = \frac{1}{n}$$

$$1.5\sin\alpha = \sin 2\theta\cos\alpha + \cos 2\theta\sin\alpha$$

$$1.5\sin\alpha \fallingdotseq \tan 2\theta\cdot\cos\alpha + \sin\alpha$$

$$0.5\sin\alpha \fallingdotseq \frac{10\times10^{-3}}{1.00}\cos\alpha$$

$$\tan\alpha \fallingdotseq 2\times10^{-2}$$

$$\alpha \fallingdotseq \mathbf{2.0\times10^{-2}}$$