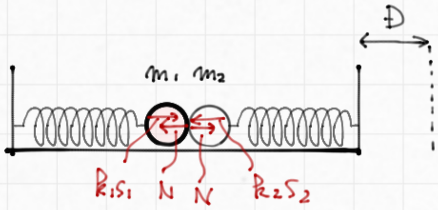
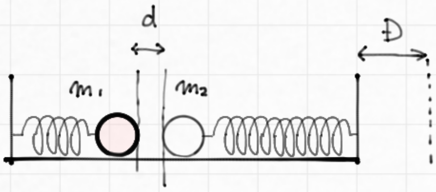
九州大2021



1 問1 $\begin{cases} \text{力のつりあい} & k_1s_1 = N, \quad k_2s_2 = N \\ \text{ばねの縮み幅} & s_1 + s_2 = D \end{cases}$

(1) $N = k_1s_1$ (2) $k_1s_1 = k_2s_2 = k_2(D-s_1)$

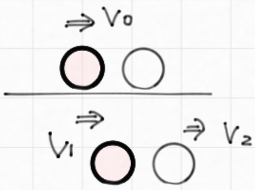
より $s_1 = \dfrac{k_2}{k_1+k_2}D$, $s_2 = \dfrac{k_1}{k_1+k_2}D$



問2 (1) ばね2は自然長だから、図1と比較して、ばね1は D+d だけ縮んでいる。

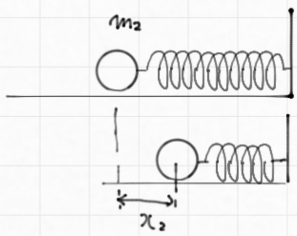
(2) エネルギー保存

$\frac{1}{2}k_1(D+d)^2 = \frac{1}{2}k_1D^2 + \frac{1}{2}m_1V_0^2$ より $V_0 = \sqrt{\dfrac{k_1}{m_1}(2dD + d^2)}$



(3) 運動量保存 $m_1V_0 = m_1V_1 + m_2V_2$

(4) はねかえり $e = -\dfrac{V_1 - V_2}{V_0}$



(5) (3)(4)を連立 $V_1 = \dfrac{m_1 - em_2}{m_1+m_2}V_0$, $V_2 = \dfrac{(1+e)m_1}{m_1+m_2}V_0$

(6) エネルギー保存 $\frac{1}{2}m_2V_2^2 = \frac{1}{2}k_2x_2^2$ $x_2 = V_2\sqrt{\dfrac{m_2}{k_2}}$

(7) ばね2による単振動の周期は $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_2}{k_2}}$

自然長から、最も右方へ変位するまでに要する時間だから $\frac{1}{4}T_2 = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m_2}{k_2}}$

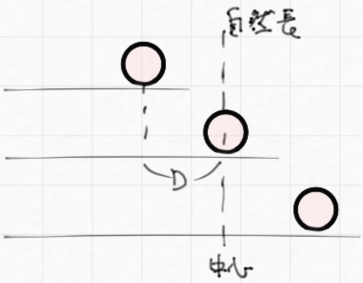
(8) $V_0 = \sqrt{\dfrac{4k_0}{m_0}\left(2\cdot 2D^2 + (2D)^2\right)} = 4D\sqrt{\dfrac{2k_0}{m_0}}$

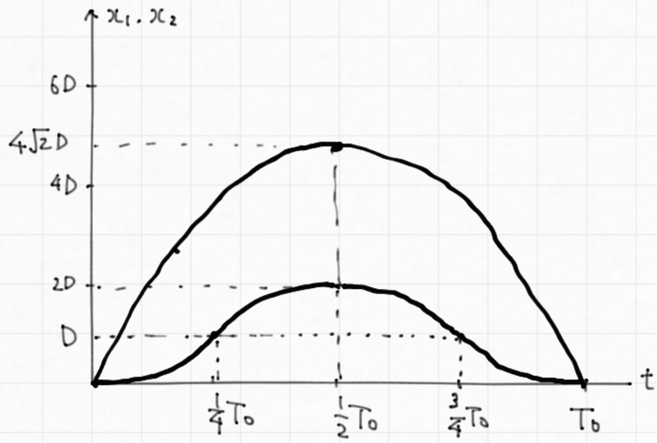
$V_1 = \dfrac{m_0 - m_0}{m_0+m_0}V_0 = 0$, $V_2 = \dfrac{2m_0}{m_0+m_0}V_0 = V_0$ $x_2 = V_0\sqrt{\dfrac{m_0}{k_0}} = 4\sqrt{2}D$

$T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_0}{k_0}} = 2T_0$

$T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_0}{k_1}} = \pi\sqrt{\dfrac{m_0}{k_0}}$

小球1は衝突時、Dだけ縮んだ状態で $V_1 = 0$ だから静止状態

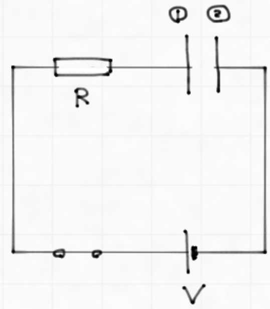




九州大2021

2

問1



(1) スイッチを閉じた直後にはコンデンサーに電荷はなく、したがって、
極板間に電位差は生じていない。
よって抵抗の両端にかかる電圧は電池の起電力と等しく V となっている

(2) コンデンサーの容量は $\varepsilon_0 \frac{S}{d}$

十分に時間が経ったとき、コンデンサーの電荷は一定の値となっており、したがって回路を流れる電流は0となっている。そのため コンデンサーの両端にかかる電圧は電池の起電力と等しく V となっているので

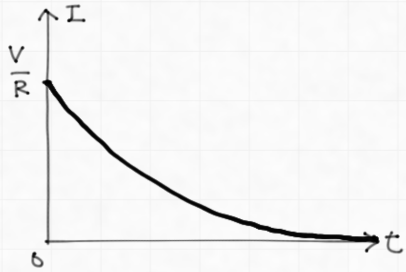
$$Q = \varepsilon_0 \frac{S}{d}V = \frac{\varepsilon_0 SV}{d}$$

$$U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{S}{d}V^2 = \frac{\varepsilon_0 SV^2}{2d}$$

(3) 電池が運んだ電荷の総量は Q だから　$W = QV$

(4) **WとUの差は抵抗でのジュール熱として消費された。**（24字）

(5) $t=0$ のとき $I = \frac{V}{R}$　$t \to \infty$ のとき $I = 0$
となっているので右グラフのようになる

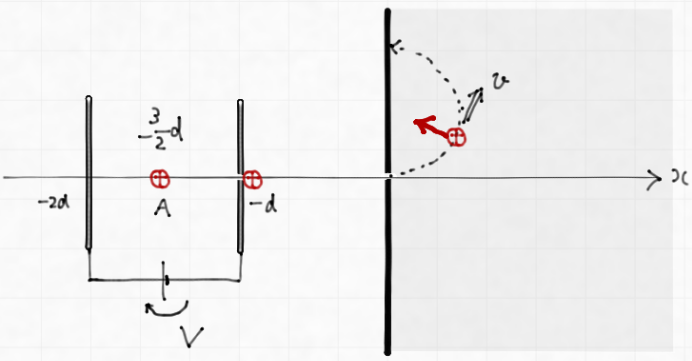


問2

(1) 荷電粒子が点Aにあるときと②の小孔にあるときでエネルギー保存を考える。Aは小孔よりも $\frac{V}{2}$ だけ電位が高いので

$$\frac{V}{2}\cdot q = \frac{1}{2}Mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{qV}{M}}$$



(2) 右上図中、磁場内で働く力の向き、速度の向き、左手の法則より、磁場は紙面の**「表から裏」**の向き

(3) **進行方向と垂直な方向に一定の大きさのローレンツ力が働くから。**（30字）

(4) 運動方程式（半径をrとする）

$$M\frac{v^2}{r} = qvB \text{ より } r = \frac{Mv}{qB} \qquad Y = 2r = \frac{2Mv}{qB} \text{ または } v\text{を代入して } \frac{2}{B}\sqrt{\frac{MV}{q}}$$

(5) (4)の結果を考えて、半径rが2倍になるように変化させればよい。（$Y = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{MV}{q}}$ を用いる）

(a) $\sqrt{2}$倍　(b) 2倍　(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$倍　(d) 1倍　(e) $\sqrt{2}$倍　(f) 2倍　(g) $\frac{1}{\sqrt{2}}$倍　(h) 1倍

よって　**(b)と(f)**

九州大2021

3 まず整理

A: $p_A V_A = RT_A$

断圧 ↓ $0 = \underset{(負)}{W_{AB}} + \frac{3}{2}R(T_B - T_A)$, $T_A p_A^{-\frac{2}{5}} = T_B p_B^{-\frac{2}{5}}$

B: $p_B V_B = RT_B$

定圧 ↓ $Q_{BC} = p_B(V_A - V_B) + \frac{3}{2}R(T_C - T_B)$

C: $p_B V_A = RT_C$

断熱 ↓ $0 = \underset{(正)}{W_{CD}} + \frac{3}{2}R(T_D - T_C)$, $T_C p_B^{-\frac{2}{5}} = T_D p_A^{-\frac{2}{5}}$

D: $p_A V_D = RT_D$

定圧 ↓ $-Q_{DA} = p_A(V_A - V_D) + \frac{3}{2}R(T_A - T_D)$

$G = \frac{p_B}{p_A}$

(1) $T_A p_A^{-\frac{2}{5}} = T_B p_B^{-\frac{2}{5}}$ より $\frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^{-\frac{2}{5}} = \left(\frac{p_B}{p_A}\right)^{\frac{2}{5}} = G^{\frac{2}{5}}$

$T_C p_B^{-\frac{2}{5}} = T_D p_A^{-\frac{2}{5}}$ より $\frac{T_C}{T_D} = G^{\frac{2}{5}}$

$p_A V_A = RT_A$ と $p_B V_A = RT_C$ より

$\frac{T_C}{T_A} = \frac{p_B}{p_A} = G$

以上より

$\frac{T_B}{T_A} = G^{\frac{2}{5}}$, $\frac{T_C}{T_A} = G$,

$\frac{T_D}{T_A} = \frac{T_C}{T_A} \times \frac{T_D}{T_C} = G \times \frac{1}{G^{\frac{2}{5}}} = G^{\frac{3}{5}}$

(2) $Q_{BC} = \frac{5}{2}R(T_C - T_B) = \frac{5}{2}R\left(GT_A - G^{\frac{2}{5}}T_A\right)$

$\frac{Q_{BC}}{RT_A} = \frac{5}{2}\left(G - G^{\frac{2}{5}}\right)$

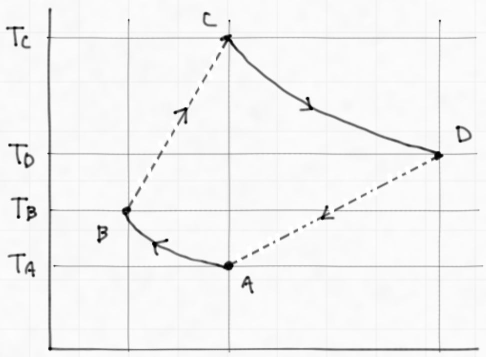
(3) $W_{CD} = \frac{3}{2}R(T_C - T_D) = \frac{3}{2}R\left(GT_A - G^{\frac{3}{5}}T_A\right)$ だから $\frac{W_{CD}}{RT_A} = \frac{3}{2}\left(G - G^{\frac{3}{5}}\right)$

(4) $Q_{DA} = -\frac{5}{2}R(T_A - T_D) = -\frac{5}{2}R\left(T_A - G^{\frac{3}{5}}T_A\right)$ だから $\frac{Q_{DA}}{RT_A} = \frac{5}{2}\left(G^{\frac{3}{5}} - 1\right)$

(5) 定圧変化では T, V は比例する.

断熱変化では $PV^{\frac{5}{3}} =$ 一定 より $T \cdot V^{\frac{2}{3}} =$ 一定 ($= k$として)

$T = \frac{k}{V^{\frac{2}{3}}}$ の関係を満たす.



(6)

ア

$e_1 = \frac{Q_{BC} - Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 - \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}}$

a

イ

$= 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \frac{G^{\frac{3}{5}} - 1}{G - G^{\frac{2}{5}}} = 1 - G^{-\frac{2}{5}}$

ウ

$T_{D'} = T_{B'} = \frac{1}{2}(T_D + T_B) = \frac{1}{2}\left(G^{\frac{3}{5}}T_A + G^{\frac{2}{5}}T_B\right)$

$Q_R = \frac{5}{2}R(T_{B'} - T_B) = \frac{5}{2}R\left(\frac{1}{2}T_D + \frac{1}{2}T_B - T_B\right) = \frac{5R}{4}(T_D - T_B) = \frac{5R}{4}\left(G^{\frac{3}{5}}T_A - G^{\frac{2}{5}}T_A\right)$

エ

$e_2 = \frac{Q_{BC} - Q_{DA}}{Q_{BC} - Q_R} = 1 - \frac{Q_{DA} - Q_R}{Q_{BC} - Q_R} = 1 - \frac{\frac{\cancel{5}}{2}(T_D - T_A) - \frac{\cancel{5}}{4}(T_D - T_B)}{\frac{\cancel{5}}{2}(T_C - T_B) - \frac{\cancel{5}}{4}(T_D - T_B)} = 1 - \frac{(T_D - T_A) + (T_B - T_A)}{(T_C - T_B) - (T_C - T_D)}$

$\frac{T_B - T_A}{T_C - T_D} = \frac{G^{\frac{2}{5}} - G}{G - G^{\frac{3}{5}}} = G^{-\frac{3}{5}}$ b

$G^{-\frac{2}{5}} - G^{-\frac{3}{5}} > 0$ だから 熱効率は改善された.