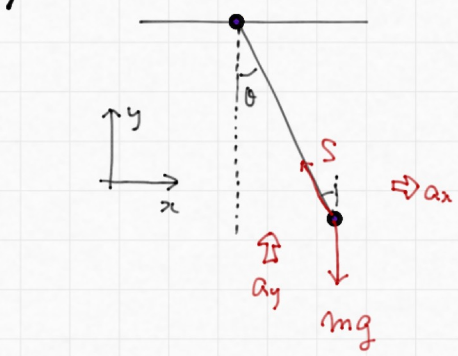
大阪大学2022

1



I 問1

$$\begin{cases} ma_x \overset{(a)}{=} -S\sin\theta \\ ma_y \overset{(b)}{=} S\cos\theta - mg \end{cases}$$

問2　$a_y \fallingdotseq 0$　$S\cos\theta \fallingdotseq mg$ と近似される.

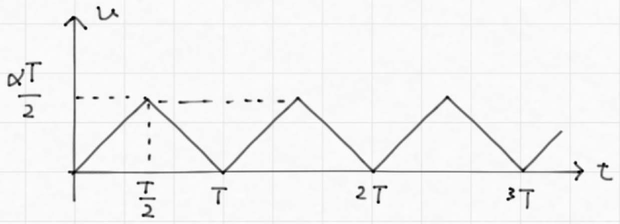
このとき

$$ma_x = -mg\tan\theta \fallingdotseq -mg\frac{x}{l}$$

と近似されるが, 〰部は復元力であり, 物体Bは単振動していることが分かる. 角振動数をωとして

$$ma_x = -\frac{mg}{l}x = -mx\omega^2$$

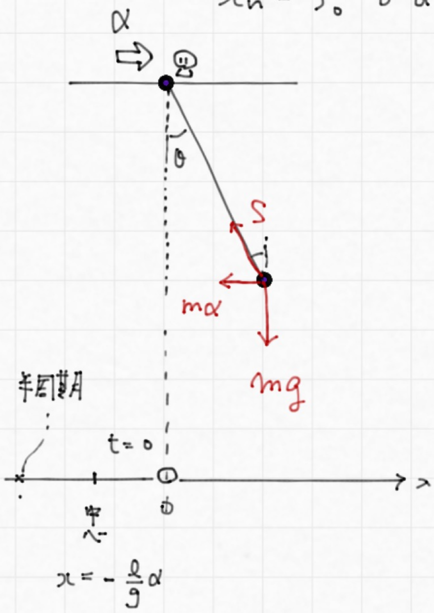
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}\quad よって周期\ T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



II 問3　速度のグラフは上のようになっている

$$x_n = \int_0^{nT} v\,dt = \frac{1}{2}\times T\times\frac{\alpha T}{2}\times n = \frac{\alpha T^2 n}{4}$$

…積分を用いて書いているが, 上のグラフの面積をもとめているだけ



問4　(c) $-m\alpha$

(d) 運動方程式

$$ma_x = -S\cos\theta - m\alpha$$
$$\fallingdotseq -mg\tan\theta - m\alpha$$
$$\fallingdotseq -mg\frac{x}{l} - m\alpha$$
$$= -\frac{mg}{l}\left(x + \frac{l}{g}\alpha\right)$$
$$= -\frac{mg}{l}\left(x + \frac{l}{g}\alpha\right)\omega^2$$

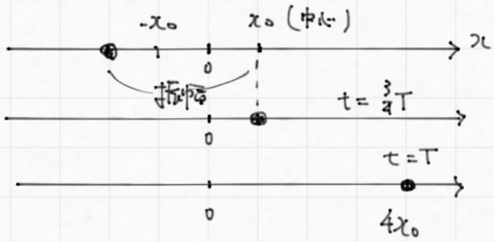
振動の中心は $x = -\frac{l}{g}\alpha$

(e) 半周期後, 対称性より $x = -\frac{l}{g}\alpha\times 2$

このときの角度をθとして

$$\sin\theta \fallingdotseq \frac{x}{l} = -\frac{2\alpha}{g}\qquad \therefore\ \theta \fallingdotseq -\frac{2\alpha}{g}$$

問5　$\frac{T}{2} < t < T$ のとき, 振動中心は $x = \frac{l}{g}\alpha$

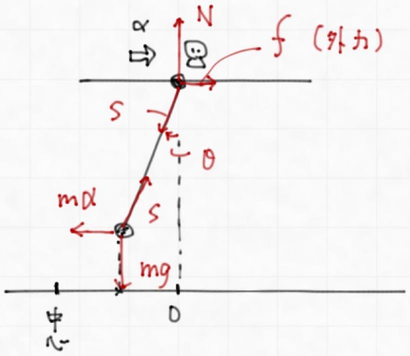


$\frac{l\alpha}{g} = x_0$ と表している

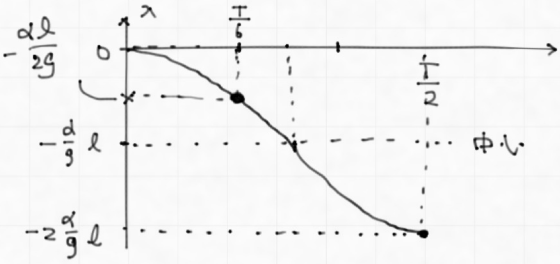
振幅は $\frac{3l\alpha}{g}$ となるので, 半周期後 $x = \frac{4l\alpha}{g}$ に達する. 以下次のように移動する ($\frac{l\alpha}{g} = x_0$ と表す)

$\frac{T}{2}$	T	$\frac{3}{2}$	$2T$	$\frac{5}{2}T$	$3T$	…	nT
$-2x_0$	$4x_0$	$-6x_0$	$8x_0$	$-10x_0$	$12x_0$		

$t = nT$ のとき $x = 4n\frac{\alpha}{g}l$　　$\theta \fallingdotseq \frac{4n\alpha}{g}$



$x = -\frac{\alpha}{g}l$

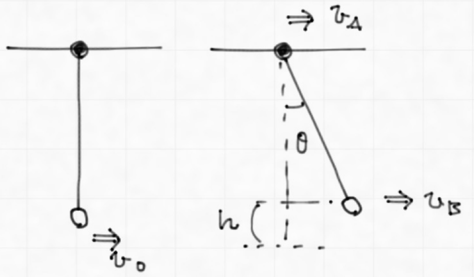


問6　$t=\frac{T}{6}$のとき、$x=-\frac{\alpha l}{2g}$に達している　(上グラフ)

Aについての運動方程式　$M\alpha = f + S\sin\theta = f + \frac{mg}{\cos\theta}\times\sin\theta = f - mg\cdot\frac{\frac{\alpha l}{2g}}{l}$

これを解いて　$f = M\alpha + \frac{1}{2}m\alpha = \frac{1}{2}\alpha(2M+m)$

III



運動量保存　$Mv_A + mv_B = mv_0$

相対速度は0　$v_A = v_B$

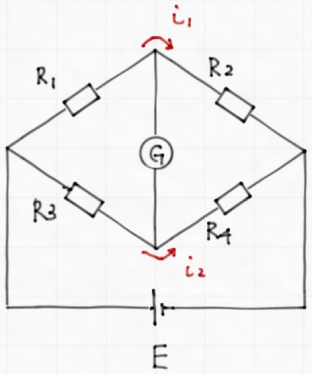
エネルギー保存　$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}Mv_A^2 + mgh$

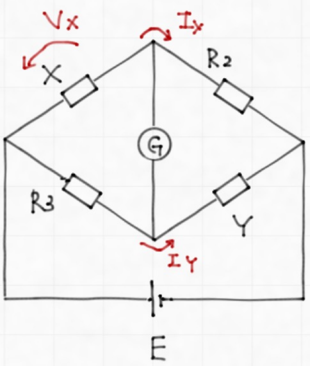
問7　$v_A = v_B = \frac{m}{m+M}v_0$

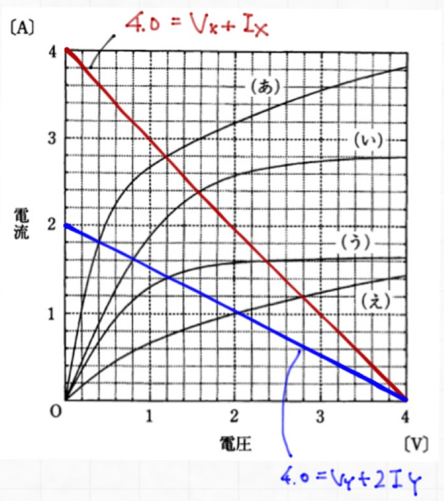
問8　$h = \frac{1}{2g}\left(v_0^2 - \frac{m}{m+M}v_0^2\right)$

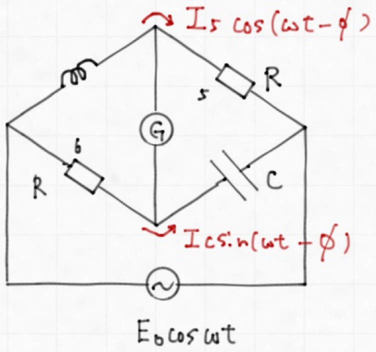
$= \frac{m+M-m}{2(m+M)g}v_0^2 = \frac{Mv_0^2}{2(m+M)g}$

2









I 問1 $\begin{cases} V_1 = i_1 R_1 = i_2 R_3 \\ V_2 = i_1 R_2 = i_2 R_4 \end{cases}$ $\quad \dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{i_1 R_2}{i_1 R_1} = \dfrac{R_2}{R_1}$

問2 $\dfrac{i_2}{i_1} = \dfrac{R_1}{R_3} = \dfrac{R_2}{R_4}$ $\quad R_4 = \dfrac{R_2 R_3}{R_1}$

II 問3 $\begin{cases} V_X = I_Y R_3 \\ V_Y = I_X R_2 \\ E = V_X + V_Y \end{cases}$ $\quad E = V_X + I_X R_2 \quad I_X = \dfrac{E - V_X}{R_2}$

問4 (a) 問3より. $E = V_X + I_X R_2$ に数値を代入

$4.0 = V_X + I_X$

(あ)との交点を読みとると $V_X = 1.2$ (V) $I_X = 2.8$ (A)

問3の式に代入 $V_Y = 2.8 \times 1.0 = 2.8$ (V)

(b) $E = I_Y \cdot R_3 + V_Y$ より $4.0 = V_Y + 2I_Y$

グラフから. V_X, V_Y を読みとる.

	あ	い	う	え
V_X	1.2	1.6	2.4	2.8
V_Y	0.4	0.8	1.2	2.0

$V_X + V_Y = 4.0$ (V) を満たすのは X:(え), Y:(う) のみ.

このとき. $I_X = 1.2$ だから $I_X \times R_2 = 1.2 = V_Y$

$I_Y = 1.4$ 〃 $I_Y \times R_3 = 2.8 = V_X$

となり条件を満たしている

III 問5 (a) $I_5 R \cos(\omega t - \phi)$

(b) $I_5 \omega L \cos\left(\omega t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) = -I_5 \omega L \sin(\omega t - \phi)$

(c) $I_5 R \cos(\omega t - \phi) - I_5 \omega L \sin(\omega t - \phi)$

(d)

$= I_5 \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \cos(\omega t - \phi + \delta) = E_0 \cos \omega t$

$\tan \delta = \dfrac{\omega L}{R} = \tan \phi$

$I_5 = \dfrac{E_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad \tan \phi = \dfrac{\omega L}{R}$

問6 抵抗5とコンデンサーにかかる電圧は(位相も最大値も)等しい.

$I_5 R \cos(\omega t - \phi) = I_C \dfrac{1}{\omega C} \sin\left(\omega t - \phi - \frac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{I_C}{\omega C} \cos(\omega t - \phi)$

$\therefore I_C = -I_5 \omega C R$

問7 $E_0 \cos \omega t = I_C R \sin(\omega t - \phi) + I_C \dfrac{1}{\omega L} \sin\left(\omega t - \phi - \frac{\pi}{2}\right) = I_C \sqrt{R^2 + \dfrac{1}{\omega^2 C^2}} \cos(\omega t - \phi + \delta)$

$\tan \delta = \dfrac{R}{\frac{1}{\omega C}} = \omega C R = \dfrac{\omega L}{R}$ (∵ 問5(d)) $\quad \therefore C = \dfrac{L}{R^2}$

3

A I　A, B, C 共通

$p_0 V_0 = RT_0$

等温 ↓ $Q_A = RT_0 \log \frac{4}{3} + 0$. $Q_B = -RT_0 \log \frac{3}{2} + 0$

(A) $p_A \frac{4}{3} V_0 = RT_0$　(B) $p_B \frac{2}{3} V_0 = RT_0$

等温 ↓ $Q_C = RT_0 \log \frac{4}{3} + 0$

$Q_B' = -RT_0 \log 2 + 0$

(B) $p_B' \frac{1}{3} V_0 = RT_0$, $p_C \frac{4}{3} V_0 = RT_0$

問1　$p_B = \frac{3RT_0}{2V_0}$

問2　$-W_B = RT_0 \log \frac{3}{2}$

問3 (a) 0

(b) $Q_A + Q_B + Q_C + Q_B'$

$= RT_0 \left(\log \frac{4}{3} - \log \frac{3}{2} + \log \frac{4}{3} - \log 2 \right)$

$= RT_0 \log \frac{4}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} = RT_0 \frac{32}{27}$

放出した熱量は

$RT_0 \frac{27}{32} = (3 \log 3 - 4 \log 2) RT_0$

II

(A)

$p_0 V_0 = RT_0$

↓ $Q_1 = W_A + C_V (T_1 - T_0)$

$p_1 V_A = RT_1$

断熱 ↓ $0 = W_A + C_V (T_A' - T_1)$

(3) $p_2 V_A' = RT_A$

(B)

$p_0 V_0 = RT_0$

B, C 断熱 ↓ $0 = W + C_V (T_2 - T_0)$,

$p_1 V_B = RT_2$

断熱 ↓ $0 = -W_C - W_A + C_V (T_B - T_2)$

$p_2 V_B' = RT_B$

(C)

$p_0 V_0 = RT_0$

$p_1 V_C = RT_2$

↓ $Q_2 = W_C + C_V$

$p_2 V_C' = RT_C$

$V_A' = V_C' = \frac{4}{9} \times 3 V_0 = \frac{4}{3} V_0$　$V_B' = \frac{1}{9} \times 3 V_0 = \frac{1}{3} V_0$

問4　$pV^{\gamma} =$ 一定より　$TV^{\gamma-1} =$ 一定

$T_0 V_0^{\gamma-1} = T_2 V_B^{\gamma-1} = T_B V_B'^{\gamma-1}$

$T_B = T_0 \left(\frac{V_0}{V_B'} \right)^{\gamma-1} = T_0 \cdot 3^{\gamma-1}$

問5　A, B, Cの気体のした仕事の総和は0となる. (他に気体が無いため)

$p_2 \cdot \frac{4}{3} V_0 = RT_A , = RT_C$ より.

$T_A = T_C = \frac{4V_0}{3R} p_2$

$= \frac{4V_0}{3R} \times \frac{RT_B}{\frac{1}{3} V_0} = 4 T_B$

$Q_1 + Q_2 = \Delta U_A + \Delta U_B + \Delta U_C$

$= C_V (4T_B + 4T_B + T_B - T_0 - T_0 - T_0)$

$= C_V (9 \cdot 3^{\gamma-1} T_0 - 3T_0)$

$= 3(3^{\gamma} - 1) C_V T_0$

問6　(B)(C) の状態方程式から $V_B = V_C$, また, ポアソンの公式より.

$$\begin{cases} p_0 V_0^{\gamma} = p_1 V_B^{\gamma} \\ p_1 V_A^{\gamma} = p_2 \left(\frac{4}{3} V_0 \right)^{\gamma} \\ p_1 V_B^{\gamma} = p_2 \left(\frac{1}{3} V_0 \right)^{\gamma} \end{cases}$$

$\left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\gamma} = 4^{\gamma}$　$V_A = 4 V_B$.　∴ $V_A : V_B : V_C = 4 : 1 : 1$

B

I 問7 λ_0は最短波長で、陰極から飛び出した電子の持っている全てのエネルギーが変換されたものに相当する.

$$eV = \frac{hc}{\lambda_0} \qquad \lambda_0 = \frac{hc}{eV}$$

II 問8 円運動の運動方程式

$$\begin{cases} m\dfrac{v_3^2}{r_3} = k_0\dfrac{e\cdot(Z-10)e}{r_3^2} \\ 2\pi r_3 = \dfrac{h}{mv_3}\times 3 \end{cases}$$

連立して v_3 を消す.

$$4\pi^2 r_3^2 \cdot m^2 v_n^2 = 3^2 h^2$$

$$4\pi^2 \cancel{r_3^2} m k_0 e^2 (Z-10)\frac{1}{\cancel{r_3}} = 3^2 h^2$$

$$r_3 = \frac{h^2}{4\pi^2 m k_0 e^2 (Z-10)} 3^2 \qquad \therefore r_3 = \frac{9h^2}{4(Z-10)\pi^2 k_0 e^2 m}$$

問9 E_H は $n=1$. $Z-10=1$ のときに対応する $r_1 = \dfrac{h^2}{4\pi^2 m k_0 e^2}$

$$E_H = \frac{1}{2}mv^2 - k_0\frac{e^2}{r} = -\frac{k_0 e^2}{2r_1} = -\frac{k_0 e^2}{\cancel{2}}\times\frac{{}^{2}\cancel{4}\pi^2 m k_0 e^2}{h^2} = -\frac{2\pi^2 k_0^2 e^4 m}{h^2}$$

$$\begin{cases} m\dfrac{v_2^2}{r_2} = k_0\dfrac{e(Z-2)e}{r_2^2} \\ 2\pi r_2 = \dfrac{h}{mv_2}\times 2 \end{cases} \quad \text{より} \quad r_2 = \frac{\cancel{4}h^2}{\cancel{4}(Z-2)\pi^2 k_0 e^2 m}$$

$$E_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - k_0 e\frac{(Z-2)e}{r_2} = -\frac{k_0(Z-2)e^2}{2r_2} = -\frac{k_0(Z-2)e^2}{2}\times\frac{(Z-2)\pi^2 k_0 e^2 m}{h^2}$$

$$= \frac{(Z-2)^2\pi^2 k_0^2 e^4 m}{2h^2} = \frac{(Z-2)^2}{4}E_H$$

$$E_3 = \frac{1}{2}mv_3^2 - k_0 e\frac{(Z-10)e}{r_3} = -\frac{k_0(Z-10)e^2}{2r_3} = \frac{(Z-10)^2}{9}E_H$$

問10 $\lambda_2 > \lambda_1$ だから λ_2 は $E_2 \to E_1$ のときに発生している. $(\because E_3 > E_2 > E_1)$

$$E_1 = -\frac{k_0 Z e^2}{2r_1} = Z^2 E_H \quad \text{このとき } E_2 \text{ は} \quad E_2' = \frac{(Z-1)^2}{4}E_H \text{ になっている.}$$

$$\frac{hc}{\lambda_2} = E_2 - E_1 = \left(\frac{(Z-1)^2}{4} - Z^2\right)E_H$$

$$= \frac{1}{4}(-3Z^2 - 2Z + 1)E_H$$

$$\lambda_2 = \frac{4hc}{(1-2Z-3Z^2)E_H}$$