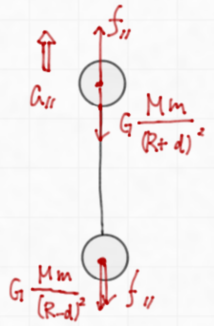
2019 大阪府立

1 (あ) $ma = -G\frac{Mm}{R^2}$　　(い) $|a| = \frac{GM}{R^2} = \frac{6.7\times10^{-11}\times6.0\times10^{24}}{(6.4\times10^{6})^2} = 9.8\ (m/s^2)$

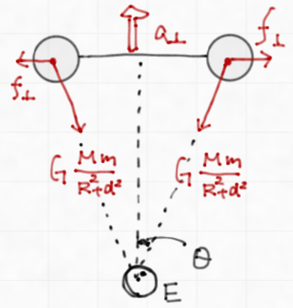


(う) P_1の運動方程式　$ma_{/\!/} = f_{/\!/} - G\frac{Mm}{(R+d)^2}$　… (2)

(え) P_2の運動方程式　$ma_{/\!/} = -f_{/\!/} - G\frac{Mm}{(R-d)^2}$　… (3)

(お) (2) − (3) 式 より

$$f_{/\!/} = -\frac{GMm}{2}\left\{\frac{1}{(R-d)^2} - \frac{1}{(R+d)^2}\right\} = -\frac{2GMmRd}{(R^2-d^2)^2}$$



(か) (お)より $f_{/\!/} < 0$ だから P_1は棒から引かれる　1

(き) 右図のように θ を定める　($\cos\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2+d^2}}$, $\sin\theta = \frac{d}{\sqrt{R^2+d^2}}$)

P_1の運動方程式　$ma_\perp = -G\frac{Mm}{R^2+d^2}\cos\theta = -\frac{GMmR}{(R^2+d^2)\sqrt{R^2+d^2}}$

(く) P_1の y 軸方向の力のつりあい

$G\frac{Mm}{R^2+d^2}\sin\theta = f_\perp$　より　$f_\perp = \frac{GMmd}{(R^2+d^2)\sqrt{R^2+d^2}}$

(け) (く)より $f_\perp > 0$ だから P_1は棒から押される　3

(こ) $a_{/\!/} = \frac{1}{m}f_{/\!/} - \frac{GM}{(R+d)^2} = -\frac{2GMRd}{(R^2-d^2)^2} - \frac{GM}{(R+d)^2} = -\frac{GM(R^2+d^2)}{(R^2-d^2)^2}$

$a = \frac{-GM}{R^2}$

よって　$\frac{a_{/\!/}}{a} = \frac{R^2(R^2+d^2)}{(R^2-d^2)^2} = \frac{1+\frac{d^2}{R^2}}{(1-\frac{d}{R})^2}$

(さ) (き)より　$a_\perp = -\frac{GMR}{(R^2+d^2)\sqrt{R^2+d^2}}$　　$\left|\frac{a_\perp}{a}\right| = \frac{\cancel{GM}R}{(R^2+d^2)^{\frac{3}{2}}}\cdot\frac{R^2}{\cancel{GM}} = \frac{1}{(1+\frac{d^2}{R^2})^{\frac{3}{2}}} < 1$

また (こ)より　$\left|\frac{a_{/\!/}}{a}\right| > 1$ だから　$|a_{/\!/}| > |a| > |a_\perp|$

(し) $f_{/\!/} = -\frac{2GMmRd}{(R^2-d^2)^2} = -\frac{2GMmd}{R^3}\left(1-\frac{d^2}{R^2}\right)^{-2}$

$= -\frac{2GMmd}{R^3}\left(1+\frac{d}{R}\right)^{-2}\left(1-\frac{d}{R}\right)^{-2} \fallingdotseq -\frac{2GMmd}{R^3}\left(1-\frac{2d}{R}\right)\left(1+\frac{2d}{R}\right)$

$= -\frac{2GMmd}{R^3}\left(1-\frac{4d^2}{R^2}\right) \fallingdotseq -\frac{2GMmd}{R^3}$

(す) $f_\perp = \frac{GMmd}{(R^2+d^2)^{\frac{3}{2}}} \fallingdotseq \frac{GMmd}{R^3}$

$\frac{f_{/\!/}}{f_\perp} = -\frac{\frac{2GMmd}{R^3}}{\frac{GMmd}{R^3}} = -2$

2 (1) 往復2hの距離を$|u_x|$の速さで進むので1回の衝突までに $\frac{2h}{|u_x|}$ 秒かかり、したがって単位時間に $\frac{|u_x|}{2h}$ ① 回衝突する。

速度はあらゆる方向に均一に向いているので平均は 0 ② となる

分子数はNだから総衝突回数は $\frac{|u_x|}{2h}\times N$. 単位面積あたりであることと、$\overline{|u_x|} = \frac{1}{2}\bar{u}$ より

$$\frac{N}{2h}\times\frac{1}{2}\bar{u}\times\frac{1}{S} = \frac{N\bar{u}}{4Sh} = \frac{N\bar{u}}{4V} \quad ③$$

状態方程式より $pV = nRT$. また、$n = \frac{N}{N_A}$ および $k = \frac{R}{N_A}$ を用いて、

$$pV = NkT$$

これより、単位体積あたりの分子数は

$$\frac{N}{V} = \frac{p}{kT} \quad ④$$

③ ④より、単位面積あたりの入射数 $\frac{N\bar{u}}{4V} = \frac{p\bar{u}}{4kT}$ となり圧力に比例することが分かる。

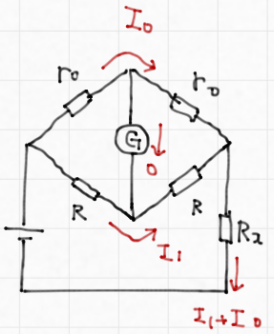
(2) 発生するジュール熱 = 失われる熱量 だから

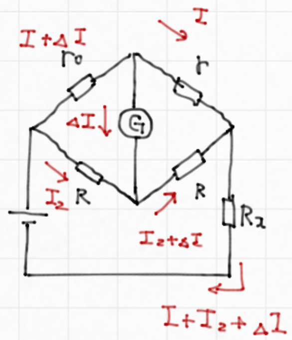
$$I^2 r = cp + Q_0$$

(3) $r_0 = \rho\frac{L}{a}$ より $L = \frac{r_0 a}{\rho}$

(4) ホイートストンブリッジ回路の公式より $R_3R_1 = r_0R_2$

$$\therefore R_3 = \frac{R_2}{R_1}r_0$$





(5) $R_1 = R_2 = R$ だから (4) より $R_3 = r_0$

下側を流れる電流をI_1として

$$\begin{cases} E = r_0I_0 + r_0I_0 + (I_0+I_1)R_x \\ r_0I_0 = RI_1 \end{cases}$$

連立して $E - 2r_0I_0 = \frac{R+r_0}{R}I_0R_x$ $\therefore R_x = \frac{(E-2r_0I_0)R}{(R+r_0)I_0}$

(6) R_2を流れる電流をI_2として

$$\begin{cases} (I+\Delta I)r_0 = I_2R \\ Ir = (I_2+\Delta I)R \end{cases}$$

(イ) $I_2 = \frac{r_0}{R}(I+\Delta I)$

(ロ) $Ir = r_0I + r_0\Delta I + R\Delta I$ $\therefore r - r_0 = \frac{\Delta I}{I}(R+r_0)$

(7) $p = 1.0$, $I = 11$ のとき $11^2 r = c + Q_0$ … ①

$p = 2.2$. $I = 13$ のとき $13^2 r = 2.2c + Q_0$ … ②

① × 2.2 − ② $97.2r = 1.2Q_0$ … ③

(ハ) $p = 0$のとき $I^2 r = c\times 0 + Q_0$ より. $I = \sqrt{\frac{Q_0}{r}} = \sqrt{\frac{97.2}{1.2}} = \sqrt{81} = 9$ (mA)

(ニ) $I = 10$ のとき. $10^2 r = cp + Q_0$

①より $c = 11^2 r - Q_0$ を代入 $10^2 r = 11^2 rp - Q_0p + Q_0$

$10^2 r = 121rp + (1-p)\times\frac{97.2}{1.2}r$

$100 = 121p + 81 - 81p$ $\therefore p = 0.475 = 4.8\times10^{-1}$ (Pa)