北里大学 獣医2021

1 (1) $x = 1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $y = 1+\sqrt{2}-\sqrt{3}$

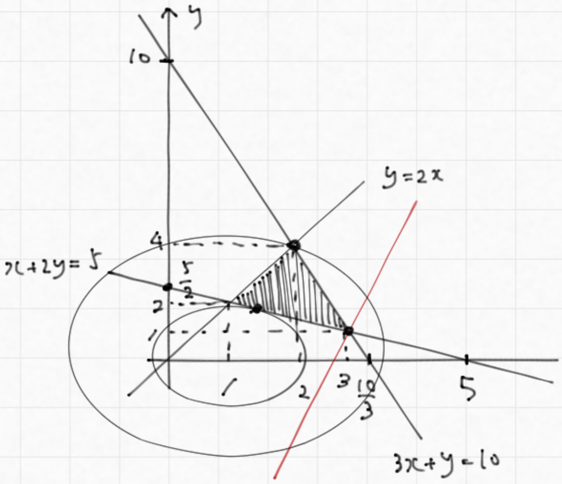
$$xy = (1+\sqrt{2})^2-3 = \mathbf{2\sqrt{2}}$$

$$x+y = 2+2\sqrt{2}$$

$$x^2+y^2 = (x+y)^2-2xy = (2+2\sqrt{2})^2-2\cdot2\sqrt{2} = 4+8+8\sqrt{2}-4\sqrt{2} = \mathbf{12+4\sqrt{2}}$$

$$\frac{3}{x}+\frac{3}{y} = \frac{3(x+y)}{xy} = \frac{3(2+2\sqrt{2})}{2\sqrt{2}} = \frac{3+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}+6}{2} = 3+\frac{3}{2}\sqrt{2}$$

$\frac{3}{2}\sqrt{2} = 1.5\times1.414 = 2.121$　　よって $\frac{3}{x}+\frac{3}{y}$ の整数部分は $\mathbf{5}$



(2) $3x-y=k$ とすると　$y=3x-k$.

これは xy 平面の直線を表しており (x,y) が左領域内の点であることから $y=3x-k$ が左図の斜線部と交わる条件の下で切片の $-k$ の値の範囲を考えればよい

$(x,y)=(3,1)$ のとき切片は最小で k は最大

$$k = 3\cdot3-1 = \mathbf{8}$$

$(x,y)=(1,2)$ のとき切片は最大で k は最小

$$k = 3\cdot1-2 = \mathbf{1}$$

$x^2-2x+y^2 = (x-1)^2+y^2-1 = l$ とすると. これは中心 $(1,0)$ 半径 $\sqrt{l+1}$ の円を表している

先と同様に共通点が存在する条件の下で半径を最小にする l を定めればよい. 左図より. それは

円が $x+2y=5$ と接するときで

$$\sqrt{l+1} = \frac{|1+2\cdot0-5|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \qquad l+1 = \frac{16}{5} \qquad \therefore\ l = \mathbf{\frac{11}{5}}$$

(3)

A	B
RR WWW BBBBB	RRR W BBBBBB

赤玉を2つとり出す　$\frac{2}{10}\times\frac{3}{10} = \mathbf{\frac{3}{50}}$

赤玉をとり出さない　$(1-\frac{2}{10})\times(1-\frac{3}{10}) = \frac{28}{50}$

少なくとも1つの赤玉をとり出すのはその余事象　$1-\frac{28}{50} = \mathbf{\frac{11}{25}}$

2つとも白　$\frac{3}{10}\times\frac{1}{10} = \frac{3}{100}$　,　2つとも青　$\frac{5}{10}\times\frac{6}{10} = \frac{3}{10}$

2個の玉の色が同じなのは　$\frac{3}{50}+\frac{3}{100}+\frac{3}{10} = \frac{6+3+30}{100} = \mathbf{\frac{39}{100}}$

北里大学 獣医 2021

2. $f(x) = 8^x - 15\cdot 4^x + 3\cdot 2^{x+4}$

(1) $2^x = t$ とすると $8^x = 2^{3^x} = 2^{x^3} = t^3$、 $4^x = 2^{x^2} = t^2$, $2^{x+4} = 2^x\cdot 2^4 = 16t$

となるので

$f(x) = \mathbf{t^3 - 15t^2 + 48t}$

(2) $t = 2^x > 0$

(1)の t の式を $g(t)$ とおくと.

$g'(t) = 3t^2 - 30t + 48 = 3(t-2)(t-8)$

$g'(t) = 0$ となるのは $t = 2, 8$ で、$t > 0$ における

$g(t)$ のグラフの増減は右のようになる.

t	0	$\cdots$	2	$\cdots$	8	$\cdots$
$g'(t)$		+	0	−	0	+
$g(t)$		↗		↘		↗

$\lim_{t \to 0} g(t) = 0$ $\quad g(8) = 8^3 - 15\times 8^2 + 48\cdot 8 = 8^2(8 - 15 + 6) = -64$

以上より $f(x)$ の最小値は $\mathbf{-64}$ で. そのとき $t = 8$. すなわち $2^x = 8$ より $x = \mathbf{3}$

(3) $t = 2^x$ について t は x について単調に増加するので. $f(x) = k$ の解の個数は $g(t) = k$ の解の個数に一致する.

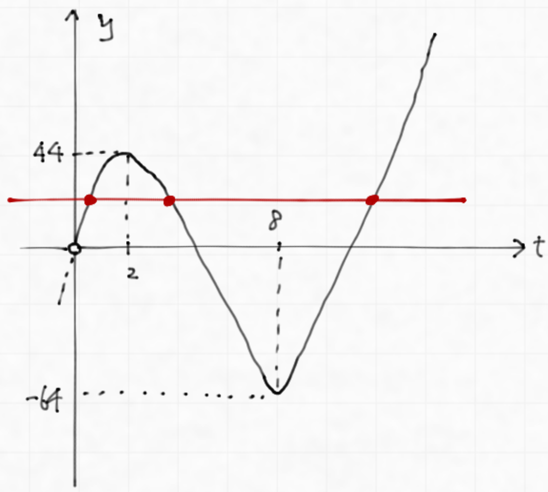
(2)より $y = g(t)$ のグラフは右のようになるので

$(g(2) = 8 - 60 + 96 = 44)$

$y = g(t)$ $(t > 0)$ と $y = k$ のグラフが異なる3点で交わる k の範囲を考える.

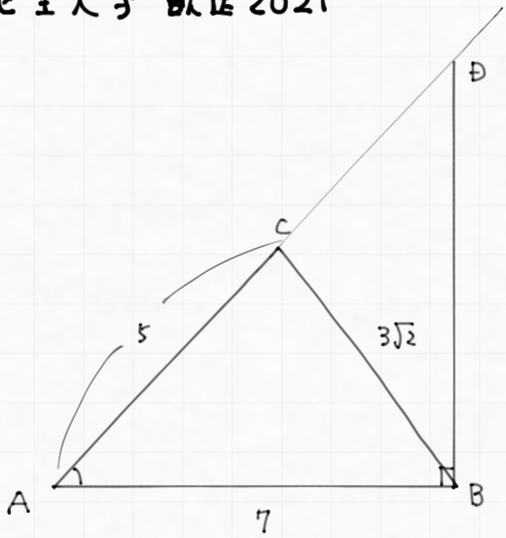
グラフより. そのための条件は

$\mathbf{0 < k < 44}$



北里大学 獣医 2021

3



(1) 余弦定理より

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB\cdot AC\cos\angle A$$

$$(3\sqrt{2})^2 = 7^2 + 5^2 - 2\cdot7\cdot5\cdot\cos\angle A$$

$$18 = 74 - 70\cos\angle A$$

$$\cos\angle A = \frac{4}{5}$$

$$\sin\angle A = \sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5} \quad (\because A<90^\circ)$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times AB\times AC\times\sin\angle A$$

$$= \frac{1}{2}\times7\times5\times\frac{3}{5} = \frac{21}{2}$$

(2) $\tan\angle A = \dfrac{\sin\angle A}{\cos\angle A} = \dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \dfrac{3}{4}$ $\qquad BD = AB\tan\angle A = \dfrac{21}{4}$

(3) $AD = AB\dfrac{1}{\cos\angle A} = 7\times\dfrac{5}{4} = \dfrac{35}{4}$ $\qquad CD = \dfrac{35}{4} - 5 = \dfrac{15}{4}$ $\qquad AC:CD = 5:\dfrac{15}{4} = 4:3$

$$\triangle BCD = \frac{3}{4+3}\triangle ABD = \frac{3}{\cancel{7}}\times\frac{1}{2}\times\cancel{7}\times\frac{21}{4} = \frac{63}{8}$$