同志社大学2022

1

(ア) 運動方程式 $m\frac{v^2}{a} = G\frac{M_A m}{a^2}$ より $v=\sqrt{G\frac{M_A}{a}}$

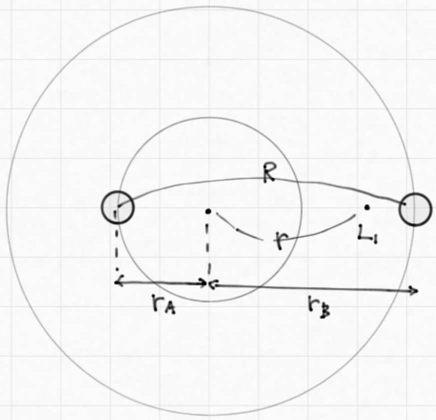
(イ) P_1の持つ力学的エネルギーは

万有引力の位置エネルギー ＋ 運動エネルギー

$$-G\frac{M_A m_1}{a} + \frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_1 v_1^2$$

$$= -G\frac{M_A m_1}{a} + \frac{1}{2}m_1\frac{GM_A}{a} + \frac{1}{2}m_1 v_1^2 = -\frac{Gm_1M_A}{2a} + \frac{1}{2}m_1 v_1^2$$

(ウ) $\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m_1}v_1^2 \geq \frac{G\cancel{m_1}M_A}{\cancel{2}a}$ $\quad v_1 \geq \sqrt{\frac{GM_A}{a}}$



(エ) 運動方程式 $\begin{cases} M_A r_A \omega^2 = G\frac{M_A M_B}{R^2} \\ M_B r_B \omega^2 = G\frac{M_A M_B}{R^2} \end{cases}$

上の2式より $M_A r_A = M_B r_B$ $\quad M_A : M_B = r_B : r_A$

また $r_A + r_B = R$ だから

$$r_A = \frac{M_B}{M_A+M_B}R \qquad r_B = \frac{M_A}{M_A+M_B}R$$

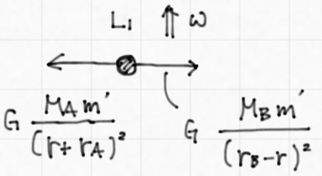
(オ) r_Bを運動方程式に代入

$$\frac{\cancel{M_A M_B}R}{M_A+M_B}\omega^2 = G\frac{\cancel{M_A M_B}}{R^2} \qquad \omega = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{M_A+M_B}{R}G}$$

$$v_B = r_B\omega = \frac{M_A\cancel{R}}{M_A+M_B}\cdot\frac{1}{\cancel{R}}\sqrt{\frac{M_A+M_B}{R}G} = M_A\sqrt{\frac{G}{(M_A+M_B)R}}$$

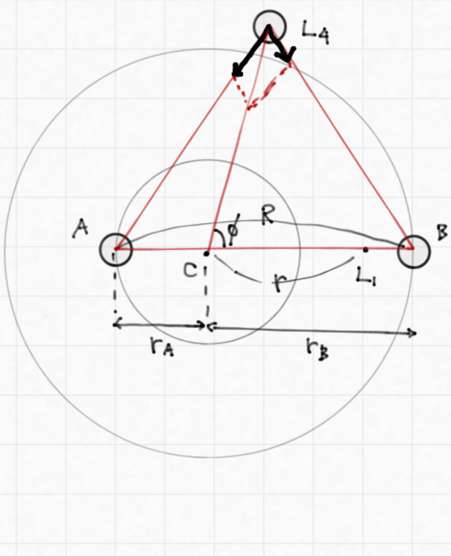
(カ) 相対的な位置を変えない … 同じ角速度、周期で運動する $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi R\sqrt{\frac{R}{(M_A+M_B)G}}$

(キ)



$$m'r\omega^2 = m'r\frac{1}{R^2}\cdot\frac{M_A+M_B}{R}G \qquad \left(\omega = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{M_A+M_B}{R}G} \text{ を代入した}\right)$$

$$= Gm'(M_A+M_B)\frac{r}{R^3}$$



(ク) $\triangle ABL_4$は正三角形だから. $AL_4 = R$.

$\triangle AL_4C$で余弦定理より

$$L_4C^2 = AL_4^2 + AC^2 - 2AL_4\cdot AC\cos 60^\circ$$

$$= R^2 + r_A^2 - 2Rr_A \times \frac{1}{2}$$

$$= R^2 + \left(\frac{M_B}{M_A+M_B}R\right)^2 - R\cdot\frac{M_B}{M_A+M_B}R$$

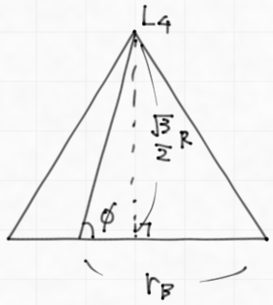
$$= \frac{R^2}{(M_A+M_B)^2}\left((M_A+M_B)^2 + \cancel{M_B^2} - M_AM_B - \cancel{M_B^2}\right)$$

万有引力の合力 $= m'L_4C\omega^2$

$$= \frac{R^2}{(M_A+M_B)^2}\left(M_A^2+M_AM_B+M_B^2\right)$$

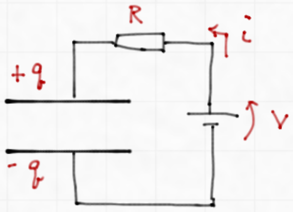
$$\text{引力の合力} = m' L_4C\,\omega^2 = m' \frac{\cancel{R}}{\cancel{M_A+M_B}}\sqrt{M_A^2+M_AM_B+M_B^2} \times \frac{1}{R^2}\cdot\frac{\cancel{M_A+M_B}}{\cancel{R}}G$$

$$= \boldsymbol{\frac{m'G}{R^2}\sqrt{M_A^2+M_AM_B+M_B^2}}$$



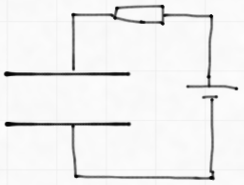
$$\tan\phi = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}R}{r_B - \frac{1}{2}R} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\cancel{R}}{\frac{2M_A}{M_A+M_B}\cancel{R} - \frac{1}{\cancel{2}}\cancel{R}} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}(M_A+M_B)}{M_A-M_B}}$$

2



(ア) $V = iR + \frac{q}{C}$ $\qquad C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$

$$i = \frac{V - \frac{q}{C}}{R} = \frac{1}{R}\left(V - \frac{qd}{\varepsilon_0 S}\right)$$



(イ) 十分な時間が経ったとき $i \to 0$ だから $q \to CV$ となる.

静電エネルギー $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}V^2$

(ウ) $\varepsilon_0 \frac{S}{d} \to \varepsilon_0 \frac{S}{d+\Delta d}$ に変化した.

$$\varepsilon_0 S\left(\frac{1}{d+\Delta d} - \frac{1}{d}\right) = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\left(\left(1+\frac{\Delta d}{d}\right)^{-1} - 1\right) = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\left(\cancel{1} - \frac{\Delta d}{d} - \cancel{1}\right)$$

減少量は $\frac{\varepsilon_0 S \Delta d}{d^2}$

(エ) $\Delta Q = \Delta C V = -\frac{\varepsilon_0 SV}{d^2}\Delta d$ $\qquad \left(\Delta C = -\frac{\varepsilon_0 S\Delta d}{d^2}\right)$

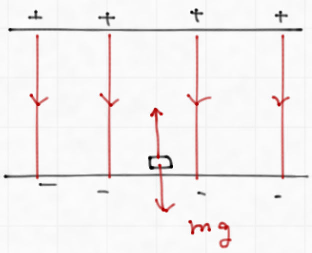
電池がされた仕事 $= -\Delta Q V = \frac{\varepsilon_0 SV^2}{d^2}\Delta d$

(オ) $F\Delta d + \left(-\frac{\varepsilon_0 SV^2}{d^2}\Delta d\right) = \frac{1}{2}\Delta C V^2$

$$F = \frac{\varepsilon_0 SV^2}{d^2} - \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 SV^2}{d^2} = \frac{\varepsilon_0 SV^2}{2d^2}$$

(カ) 容量は $\varepsilon_0\frac{S}{3d}$ に変化するので. 蓄えられている電気量を Q_2 として

$$Q_2 = \varepsilon_0 \frac{S}{3d}\times V = \frac{\varepsilon_0 SV}{3d}$$



(キ) スイッチを開いてから極板を移動させても. 極板の電荷は移動できず Q_2 のまま.

$$\frac{Q_2}{\varepsilon_0}\times\frac{1}{S} = \frac{V}{3d}$$

(ク) 極板が受ける力は (オ)より $\frac{\varepsilon_0 SV^2}{2d^2}$

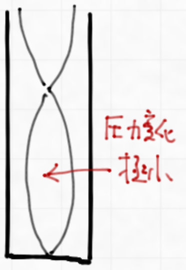
Cに働く静電気力は その $\frac{a}{S}$ 倍 だから

$$\frac{\varepsilon_0 \cancel{S} V^2}{2d^2}\times\frac{a}{\cancel{S}} = mg$$

$$V = d\sqrt{\frac{2mg}{\varepsilon_0 a}}$$

のとき、力はつりあう.

3



(3倍振動)

(ア)

$$\begin{cases} L = \dfrac{\lambda_n}{2}(n-1) + \dfrac{\lambda_n}{4} = \dfrac{2n-1}{4}\lambda_n \\ \left(\dfrac{\gamma p}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} = f_n \lambda_n \end{cases}$$

$$f_n = \frac{1}{\lambda_n}\left(\frac{\gamma p}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} = \mathbf{\frac{2n-1}{4L}\left(\frac{\gamma p}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

音量が最大となるのは
疎密の変化が最大となる
ときであることに注意。

(イ) 左図より $\mathbf{\frac{1}{3}L}$ 移動したときに極小となる

(ウ) $\lambda_3 = \dfrac{4}{2\cdot 3 - 1}L = \dfrac{4}{5}L$

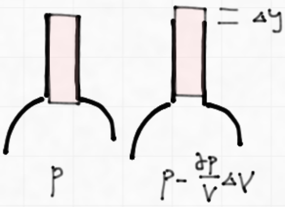
定常波の節の位置で極大となるので $\frac{1}{2}\lambda_3 = \mathbf{\frac{2}{5}L}$ だけ移動したところで極大

(エ) $\mathbf{ad\rho}$

(オ) 圧力差による復元力が働く

$$\left\{\left(p - \frac{\gamma p}{V}\Delta V\right) - p\right\} \times a = -\frac{\gamma p a}{V}\Delta V = -\frac{\gamma p a^2}{V}\Delta y$$

復元力の大きさは $\mathbf{\dfrac{\gamma p a^2}{V}\Delta y}$



$\Delta V = a\Delta y$

(カ) $-\dfrac{\gamma p a^2}{V}\Delta y = -ad\rho\,\Delta y\,\omega^2$

$$\omega^2 = \frac{\gamma p a^{\cancel{2}}}{V} \times \frac{1}{\cancel{a}d\rho} = \frac{\gamma p a}{V d\rho}$$

振動数 $f = 2\pi\omega = \mathbf{2\pi\sqrt{\dfrac{\gamma p a}{V d\rho}}}$

(キ) 密度に関する状態方程式を用いる $PV = \dfrac{w}{M}RT$ より

$$\frac{w}{V} = \frac{PM}{RT} \quad \therefore \ \rho = k\frac{P}{T}$$

これから、密度 ρ は絶対温度に反比例することが分かる

密度は $\rho' = k\dfrac{P}{T'} = \rho\dfrac{T}{T'}$ となるので 音速は $\mathbf{\sqrt{\dfrac{T'}{T}}}$ 倍となる

(ク) $f \to kf$ となったことから

$$2\pi\sqrt{\frac{\gamma p a}{V' d\rho}} = kf = k \times 2\pi\sqrt{\frac{\gamma p a}{V d\rho}}$$

$$\frac{1}{V'} = k^2\frac{1}{V} \qquad V' = \frac{V}{k^2}$$

水の体積は $V - V' = \mathbf{\dfrac{k^2-1}{k^2}V}$