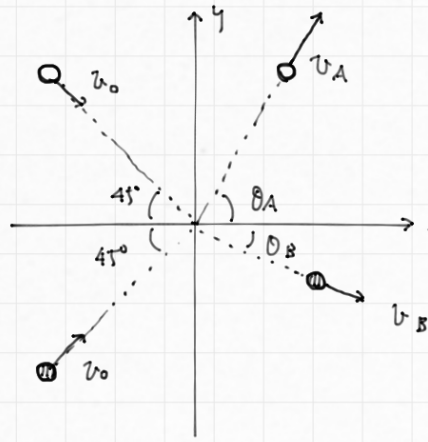
神戸大学2022

1 問1 衝突前



x成分 $m_A v_0 \cos 45^\circ + m_B v_0 \cos 45^\circ$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} v_0 (m_A + m_B)$$

y成分 $-m_A v_0 \sin 45^\circ + m_B v_0 \sin 45^\circ$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(-m_A + m_B) v_0$$

衝突後

x成分 $m_A v_A \cos\theta_A + m_B v_B \cos\theta_B$

y成分 $m_A v_A \sin\theta_A - m_B v_B \sin\theta_B$

問2 運動量は保存する. x成分 $\frac{1}{\sqrt{2}} v_0 (m_A + m_B)$ y成分 $\frac{1}{\sqrt{2}}(-m_A + m_B) v_0$

問3 力積はy成分にのみ加わるので、速度のx成分は変化しない

$$m_A \times v_0 \cos 45^\circ = m_A v_A \cos\theta_A \quad \cdots ①$$

$$m_B \times v_0 \cos 45^\circ = m_B v_B \cos\theta_B \quad \cdots ②$$

y方向の運動量保存

$$m_A v_A \sin\theta_A - m_B v_B \sin\theta_B = \frac{1}{\sqrt{2}}(-m_A + m_B) v_0 \quad \cdots ③$$

y方向のはねかえりの式

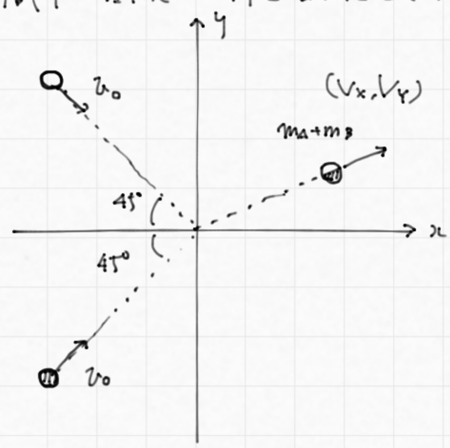
$$-1 = \frac{-v_B \sin\theta_B - v_A \sin\theta_A}{\frac{1}{\sqrt{2}} v_0 - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} v_0\right)} \qquad \sqrt{2} v_0 = v_B \sin\theta_B + v_A \sin\theta_A \quad \cdots ④$$

③ ④ より $\sin\theta_B$を消す

$$m_A v_A \sin\theta_A - m_B(\sqrt{2} v_0 - v_A \sin\theta_A) = \frac{1}{\sqrt{2}} v_0 (m_B - m_A)$$

$$\frac{\sin\theta_A}{\cos\theta_A} = \frac{\left(\cancel{\frac{1}{\sqrt{2}}}\cancel{v_0}(m_B - m_A) + \overset{2}{\cancel{\sqrt{2}}} m_B \cancel{v_0}\right)\ \cancel{v_A}}{(m_A \cancel{v_A} + m_B \cancel{v_A})\ \cancel{v_0}\ \cancel{\frac{1}{\sqrt{2}}}} = \frac{3m_B - m_A}{m_A + m_B}$$

問4 衝突し一体となったときの速度を V_x, V_Y とする。 運動量保存則より.



$$\frac{1}{\sqrt{2}} m_A v_0 + \frac{1}{\sqrt{2}} m_B v_0 = (m_A + m_B) V_x \qquad V_x = \frac{1}{\sqrt{2}} v_0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} m_B v_0 - \frac{1}{\sqrt{2}} m_A v_0 = (m_A + m_B) V_Y \qquad V_Y = \frac{m_B - m_A}{\sqrt{2}(m_A + m_B)} v_0$$

エネルギーの変化量を ΔU として

$$\Delta U = \frac{1}{2}(m_A + m_B)(V_x^2 + V_Y^2) - \frac{1}{2} m_A v_0^2 - \frac{1}{2} m_B v_0^2$$

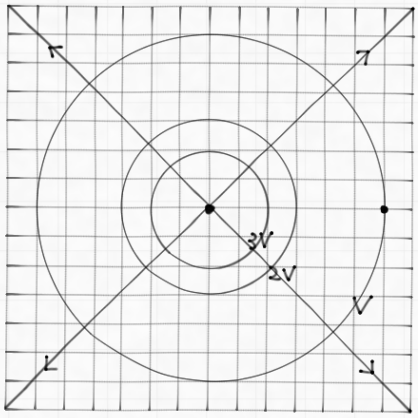
$$= \frac{1}{2}(m_A + m_B) \cdot \frac{1}{2} v_0^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{(m_B - m_A)^2}{m_A + m_B} v_0^2 - \frac{1}{2}(m_A + m_B) v_0^2$$

$$= \frac{1}{4}(m_A + m_B) v_0^2 \left(1 + \frac{(m_B - m_A)^2}{(m_A + m_B)^2} - 2\right) = -\frac{m_A m_B}{m_A + m_B} v_0^2$$

2

問1　電場の大きさ $k\frac{q}{r^2}$　電位 $k\frac{q}{r}$

問2



$$V = k_0\frac{q}{6}$$

$$2V = k_0\frac{q}{x_2} \qquad x_2 = \frac{k_0 q}{2V} = \frac{6}{2} = 3$$

$$3V = k_0\frac{q}{x_3} \qquad x_3 = \frac{k_0 q}{3V} = \frac{6}{3} = 2$$

問3　無限遠からPまで運んだときのエネルギーの変化量と外力のした仕事が等しい

$$k\frac{q}{r}\times Q - 0 = W \quad (\text{Wは外力の仕事})$$

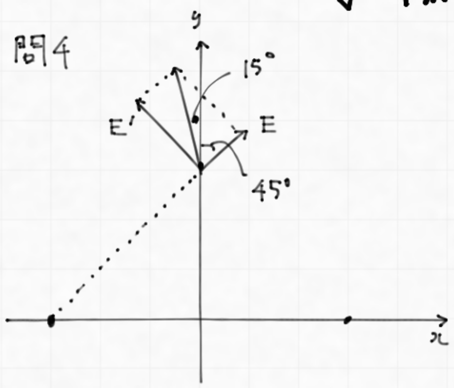
$$W = \frac{kqQ}{r}$$

Pから無限遠まで移動したとき、エネルギーは保存している。小球の無限遠での速さをv_0として

$$k\frac{q}{r}\times Q = 0 + \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kqQ}{rm}}$$

問4



左のように電場をE、E′とする。

$15° + 45° = 60°$ の直角三角形の比を考えて

$$E : E' = 1 : \sqrt{3} = k\frac{q}{(\sqrt{2}a)^2} : k\frac{q'}{(\sqrt{2}a)^2}$$

$$\therefore q : q' = 1 : \sqrt{3}$$

問5　加速度の大きさをαとする　$m\alpha = Q\times E\times 2 = 2Qk\frac{q}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{kqQ}{a^2}$

$$\alpha = \frac{kqQ}{ma^2}$$

Cの電位V_Cは　$V_C = k\frac{q}{\sqrt{2}a} + k\frac{q'}{\sqrt{2}a} = \frac{kq}{\sqrt{2}a}(1+\sqrt{3})$

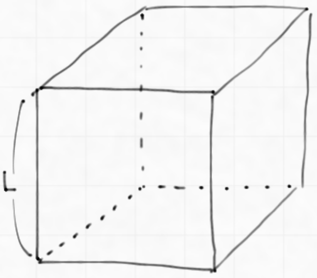
無限遠での速さをv_∞とする。エネルギー保存則より、

$$\frac{1}{2}mv_\infty^2 + 0 = QV_C$$

$$= (1+\sqrt{3})\frac{kq}{\sqrt{2}a}Q$$

$$v_\infty = \sqrt{\frac{2(1+\sqrt{3})kqQ}{\sqrt{2}ma}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{6})kqQ}{ma}}$$

3



問1 $PL^3 = nRT$

$E = \frac{3}{2}nRT \qquad P = \frac{nRT}{L^3}$

問2 $E = \frac{1}{2}m\overline{v^2} \times nN_A = \frac{1}{2}mn\overline{v^2}N_A$

$P = \frac{nRT}{L^3} = \frac{2E}{3L^3} = \frac{mn\overline{v^2}N_A}{3L^3}$

問3 $E = \frac{1}{2}mn\overline{v^2}N_A = \frac{3}{2}nRT$ より

$m\overline{v^2}N_A = 3RT$

$\overline{v^2} = \frac{3RT}{mN_A}$

問4 $\overline{v^2} = \frac{\cancel{3}\cdot 8.3 \times \cancel{600}}{\underset{2.2}{\cancel{6.6}}\times \cancel{10^{-27}} \times \cancel{6.0}\times \cancel{10^{23}}} \times 10^6 = \frac{8.3}{2.2}\times 10^6$

$\sqrt{\overline{v^2}} = 1.94\times 10^3 = 2\times 10^3$

問5 気体分子が壁に衝突することで壁は力積を受けており、
多数の分子が衝突することで壁は圧力を受ける (46)