鳥取大学2021

5 (1) $n=6$ のとき 2進法では 110 のため

$$a_6 = 0\times\left(\frac{1}{2}\right)^1 + 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{4}+\frac{1}{8} = \mathbf{\frac{3}{8}}$$

$n=7$ のとき 2進法では 111 のため

$$a_7 = 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^1 + 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8} = \mathbf{\frac{7}{8}}$$

$n=8$ のとき 2進法では 1000 のため

$$a_8 = 0\times\left(\frac{1}{2}\right)^1 + 0\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 0\times\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \mathbf{\frac{1}{16}}$$

$n=9$ のとき 2進法では 1001 のため

$$a_9 = 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^1 + 0\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 0\times\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \mathbf{\frac{9}{16}}$$

(2) $n-(n-2^k)=2^k$ だから n と $n-2^k$ の差を2進法で表したとき $1\underbrace{000\cdots00}_{0\text{が}k\text{コ}}{}_{(2)}$ となる

よって $a_n - a_{n-2^k} = 1\times\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}$ $\quad\therefore\ \mathbf{a_n = a_{n-2^k} + \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}}$

(3) $k\geqq1$のとき

$a_{2^{k-1}}, a_{2^{k-1}+1}, \cdots a_{2^k-1}$ の項をk群とする（第1群は a_1 第2群は $a_2, a_3, \cdots$）

a_0は第0群としておう

第k群末項までの総和をT_kと表す $\quad T_k = a_0 + a_1 + \cdots + a_{2^k-1} \quad (k\geqq1)$

このとき第$k+1$群の最初の項から末項までの和は

$$a_{2^k} + a_{2^k+1} + \cdots + a_{2^{k+1}-1}$$

$$= a_{2^k-2^k} + \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1} + a_{2^k+1-2^k} + \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1} + \cdots + a_{2^{k+1}-1-2^k} + \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1} \quad (\because (2))$$

$$= a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{2^k-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}\times\left(2^{k+1}-1-2^k+1\right)$$

$$= T_k + \frac{1}{2}$$

よって $T_{k+1} = T_k + T_k + \frac{1}{2} = 2T_k + \frac{1}{2}$

$$T_{k+1} + \frac{1}{2} = 2\left(T_k + \frac{1}{2}\right)$$

$T_1 = a_1 = \frac{1}{2}$ だから $T_k + \frac{1}{2} = \left(T_1 + \frac{1}{2}\right)\times2^{k-1} = 2^{k-1}$ $\quad\therefore\ T_k = 2^{k-1} - \frac{1}{2}$

$130 > 2^k-1$ を満たす最大のkは 7 で、S_{130} は第7群までの総和と、第8群の最初の3項を加えたものになる

$$S_{130} = \sum_{i=0}^{130} a_i = \sum_{i=0}^{127} a_i + a_{128} + a_{129} + a_{130} = T_7 + \overset{10000000}{\left(\frac{1}{2}\right)^8} + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^8 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$= 2^6 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{2}\right)^8\times3 = 64 + \frac{1}{4} + \frac{3}{256} = \mathbf{\frac{16451}{256}}$$

鳥取大学2021

8 (1) $A=B$ より $3x^2+12x-24-C=0$

この2次方程式の判別式をDとして、D<0となれば虚数解をもつ.

$$D/4 = 6^2 - 3\cdot(-24-C) < 0 \iff \mathbf{C < -36}$$

(2)

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
 & 6 & 28 & -44 & & \\
\hline
3\ \ 14\ \ -24 & 18 & 168 & 116 & -1288 & 1050 \\
 & 18 & 84 & -144 & & \\
\hline
 & & 84 & 260 & -1288 & \\
 & & 84 & 392 & -672 & \\
\hline
 & & & -132 & -616 & 1050 \\
 & & & -132 & -616 & 1056 \\
\hline
 & & & & & -6
\end{array}
$$

$$P(x) = A(6x^2+28x-44)-6$$
$$= A(2A+4)-6$$
$$= \mathbf{2A^2+4A-6}$$

(3)

$$P(x) = 2(A+3)(A-1) = 0$$

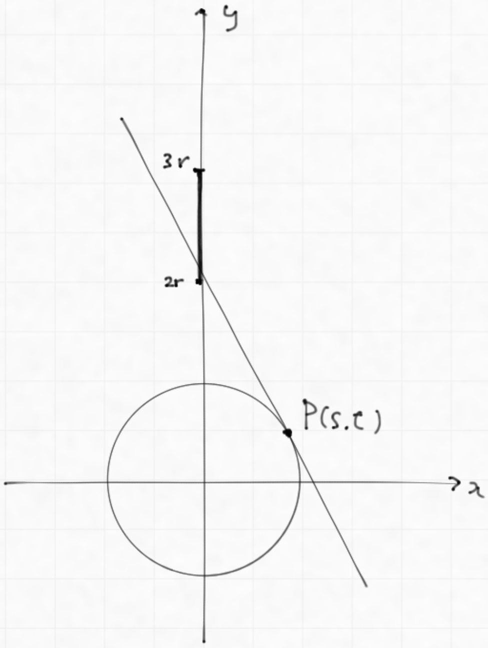
$$A = -3, 1$$

$A=-3$のとき $3x^2+14x-24=-3 \iff 3x^2+14x-21=0 \iff x = \dfrac{-7\pm\sqrt{112}}{3} = \dfrac{-7\pm4\sqrt{7}}{3}$

$A=1$のとき. $3x^2+14x-24=1 \iff 3x^2+14x-25=0 \iff x = \dfrac{-7\pm2\sqrt{31}}{3}$

以上より $x = \mathbf{\dfrac{-7\pm4\sqrt{7}}{3}}, \mathbf{\dfrac{-7\pm2\sqrt{31}}{3}}$

鳥取大学2021



9 (1) 公式より $sx+ty=r^2$

(2) (1)の式に $x=0$ を代入. $ty=r^2$

Pは第1象限にあるので $t>0$ だから

$$y=\frac{r^2}{t}=k$$

よって 条件は.

$$2r<\frac{r^2}{t}<3r$$

$$\Leftrightarrow \quad 2t<r<3t$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{3}r<t<\frac{1}{2}r$$

Pは円C上にあるので $s^2+t^2=r^2$ より $s^2=r^2-t^2$ だから

$$\frac{3}{4}r^2<s^2<\frac{8}{9}r^2$$

Pは第1象限にあるので $s>0$ だから

$$\therefore \quad \frac{\sqrt{3}}{2}r<s<\frac{2\sqrt{3}}{3}r$$

鳥取大学2021

10

(1) 常用対数をとる

$\log_{10} 20^{21} = 21\log_{10} 2^2\cdot 5 = 21\log_{10} 2^{\cancel{2}}\cdot\frac{10}{\cancel{2}} = 21(\log_{10}2 + \log_{10}10)$

$= 21(0.3010 + 1) = 27.321$

よって $20^{21} = 10^{27.321} = 10^{27}\times 10^{0.321}$ だから **28桁**

(2) $\log_{10}2 = 0.3010 < 0.321 < \log_{10}3 = 0.4771$ より

$2 < 10^{0.321} < 3$

よって 最高位の数は **2**

(3) 常用対数をとる

$\log_{10} 5^n > \log_{10} 20^{21}$

$n\log_{10}\frac{10}{2} > 21\log_{10}20$

$n(\log_{10}10 - \log_{10}2) > 27.321$

$n > \frac{27.321}{1-0.3010} = \frac{27.321}{0.699} = 39.0858\cdots$ $\quad n = 40$