1 [1]

$$mg\sqrt{1^2+\tan^2\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha} \quad \cdots \text{みかけの重力}$$

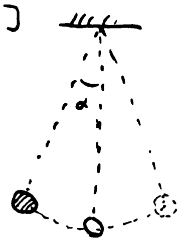
見かけの重力の位置エネルギーを用いて
エネルギー保存を考える.

$$\frac{mg}{\cos\alpha}(l - l\cos\alpha) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2gl(1-\cos\alpha)}{\cos\alpha}}$$

$$\underbrace{0}_{(1)} \leqq v \leqq \underbrace{\sqrt{\frac{2gl(1-\cos\alpha)}{\cos\alpha}}}_{(2)}$$

[2]



最も高い位置と最も低い位置の差は
$l(1-\cos\alpha)$ だから. 重力の仕事は

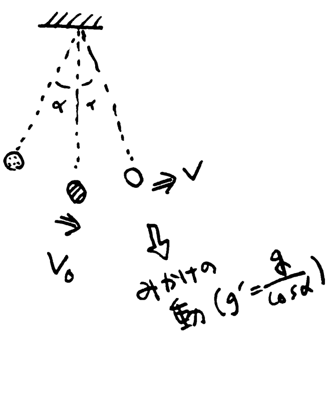
$$\underbrace{-mgl(1-\cos\alpha)}_{(3)} \leqq W_g \leqq \underbrace{mgl(1-\cos\alpha)}_{(4)}$$

張力は仕事をしない.

$$\underbrace{0}_{(5)} \leqq W_T \leqq \underbrace{0}_{(6)}$$

$t=0$ のとき $\theta=0$

$t=0$ のとき $\theta=\alpha$ だったとき. $\theta=\alpha$ は加速時
の単振り子のつりあいの位置なので、その位置から
動かない　$V = \underbrace{0}_{(7)}$



$t=0$ のときの速さを V_0 とする $t \leqq 0$ で単振り子を
しているので、エネルギー保存から

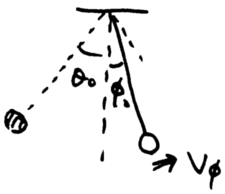
$$mgl(1-\cos\alpha) = \frac{1}{2}mV_0^2$$

加速区間では $\theta=\alpha$ を中心に単振り子運動を行う.
みかけの重力加速度を g' として ($g' = \frac{g}{\cos\alpha}$)

$$mg'l(1-\cos\alpha) + \frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}mV^2$$

$$\underbrace{V = \sin\alpha\sqrt{\frac{2gl}{\cos\alpha}}}_{(8)}$$

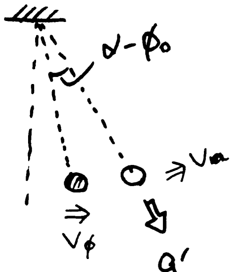
[3] $t=0$のとき



エネルギー保存

$$mgl(1-\cos\theta_0) = mgl(1-\cos\phi_0) + \frac{1}{2}mV_\phi^2 \quad \cdots ①$$

加速区間で最度最大のとき



エネルギー保存

$$mg'l(1-\cos(\alpha-\phi_0)) + \frac{1}{2}mV_\phi^2 = \frac{1}{2}mV_a^2 \quad \cdots ②$$

①+②

$$mgl - mgl\cos\theta_0 + \frac{mgl}{\cos\alpha} - \frac{mgl}{\cos\alpha}(\cos\alpha\cos\phi_0 + \sin\alpha\sin\phi_0) - mgl + mgl\cos\phi_0 = \frac{1}{2}mV_a^2$$

$$\frac{V_a^2}{2gl} = \cancel{1} - \cos\theta_0 + \frac{1}{\cos\alpha} - \cancel{\cos\phi_0} - \frac{\sin\alpha\sin\phi_0}{\cos\alpha} \cancel{-1} + \cancel{\cos\phi_0}$$

$$= \underline{\frac{1-\cos\alpha\cos\theta_0 - \sin\alpha\sin\phi_0}{\cos\alpha}} \quad (9)$$

$-\theta_0 \leqq \phi_0 \leqq \theta_0$ だから. $\phi_0 = -\theta_0$ のとき最大

$$V_a \leqq \sqrt{\frac{1-\cos\alpha\cos\theta_0 + \sin\alpha\sin\theta_0}{\cos\alpha} \times 2gl}$$

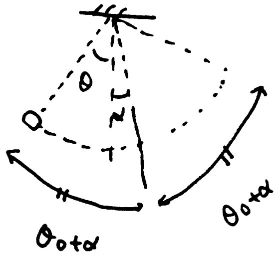
$$= \sqrt{\frac{1-\cos(\alpha+\theta_0)}{\cos\alpha} 2gl}$$

$\phi_0 = \theta_0$ のとき最小

$$\underline{\sqrt{\frac{1-\cos(\alpha-\theta_0)}{\cos\alpha} \times 2gl}}_{(10)} \leqq V_a \leqq \underline{\sqrt{\frac{1-\cos(\alpha+\theta_0)}{\cos\alpha} \cdot 2gl}}_{(11)}$$

V_u について 最大となるのは $\phi_0 = -\theta_0$ のときに V_a が最大

このとき $\theta=\alpha$ を中心に単振り子運動しているので



だから $\theta = \theta_0+\alpha+\alpha$ のとき最大 $\phi_1 \leqq \theta_0+2\alpha$

$$\frac{1}{2}mV_u^2 \leqq mgl(1-\cos(\theta_0+2\alpha))$$

$$V_u \leqq \underline{\sqrt{2gl(1-\cos(\theta_0+2\alpha))}} \quad (13),(15)$$

加速区間において角の振れ幅は $|\theta_0-\alpha| \leqq \theta_1 \leqq \theta_0+\alpha$
(θ_1とする)

$|\theta_0-\alpha| \leqq \alpha \Leftrightarrow 0 \leqq \theta_0 \leqq 2\alpha$ のとき、角の振れ幅を α とするような ϕ_0 が存在し、このとき $0 \leqq \theta \leqq 2\alpha$ で単振り子の運動を行っているので $\phi_1=0$ とすることで $V_u=0$ とすることができる

加速区間

$\therefore V_u^2 \geqq 0$ (12)

$|\theta_0-\alpha| \geqq \alpha \Leftrightarrow \theta_0 \geqq 2\alpha$ のとき、振れ角を α とすることはできない。

最も振れ角を小さくするのは $\phi_0=\theta_0$ のときで振れ角は $\theta_0-\alpha$

このとき $\phi_1=2\alpha-\theta_0$ で V_u は最小。

$$\frac{1}{2}mV_u^2 = mgl(1-\cos(2\alpha-\theta_0))$$

$$\therefore V_u \geqq \sqrt{2gl(1-\cos(2\alpha-\theta_0))} \quad (14)$$

$\alpha-(\theta_0-\alpha)$
$=2\alpha-\theta_0$

2 問1 PQの長さは2h だから Δt 秒間での面積変化量は $2hv\Delta t$ と近似できる.

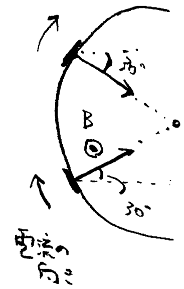
$$V = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B\frac{\Delta S}{\Delta t} = 2Bhv$$

レンツの法則より. 紙面裏→表の磁束の増加を妨げる向きの磁場を作ろうとする向きの電流を流そうとする向きに起電力が生じる.（時計まわりの向き）

電流の大きさは オームの法則より. $\dfrac{2Bhv}{R}$

問2 $H = \dfrac{I}{2r} = \dfrac{Bhv}{rR}$ 表→裏の向き（右ねじの法則で）

問3



P', Q' の位置の長さ Δl の円弧の受ける力の大きさは.

いずれも. $B \times \dfrac{2Bhv}{R} \times \Delta l$

x成分 $\dfrac{2B^2hv\Delta l}{R} \times \cos 30^\circ \times 2 = \dfrac{2\sqrt{3}B^2hv\Delta l}{R}$

y成分 相殺されるので 0

問4 円形回路の中心は $3r-vt$ の位置にあるので. 回路を表す方程式は.

$$(x-3r+vt)^2+y^2=r^2$$

回路を貫く磁束は $0 \leqq t \leqq \frac{2r}{v}$ のとき増加し. $\frac{2r}{v} \leqq t \leqq \frac{4r}{v}$ のとき減少する.

$0 \leqq t \leqq \frac{2r}{v}$ のとき $x=2r$ のとき $y = \pm\sqrt{r^2-(vt-r)^2} = \pm\sqrt{2vrt-v^2t^2}$

問1より. このとき 時計まわりの電流が流れる.

$$I = -\frac{2Bv}{R} \times \sqrt{2vrt-v^2t^2}$$

$\frac{2r}{v} \leqq t \leqq \frac{4r}{v}$ のとき. $x=0$ のとき $y = \pm\sqrt{r^2-(vt-3r)^2}$ 反時計まわりの電流が流れる

$$I = \frac{2Bv}{R}\sqrt{r^2-(vt-3r)^2}$$

問5 $0 \leqq t \leqq \frac{2r}{v}$ のとき $I^2R = \dfrac{4B^2v^2}{R}(2vrt-v^2t^2)$

$\frac{2r}{v} \leqq t \leqq \frac{4r}{v}$ のとき $I^2R = \dfrac{4B^2v^2}{R}(6vrt-8r^2-v^2t^2)$

$\boxed{3}$

A　　　　　　　　　　B

X : $p_0 S h_A = n_A R T_A$.　$p_0 S h_B = n_B R T_B$　　$p_0 S = mg + PS$

断熱
$$0 = W_A + \frac{3}{2} n_A R (T_A' - T_A)$$
$$p_0 (S h_A)^{\frac{5}{3}} = p_1 \{S(h_A - z_A + z_B)\}^{\frac{5}{3}}$$

断熱
$$0 = W_B + \frac{3}{2} n_B R (T_B' - T_B)$$
$$p_0 (S h_B)^{\frac{5}{3}} = p_1 \{S(h_B - z_B)\}^{\frac{5}{3}}$$

$$p_1 S (h_A - z_A + z_B) = n_A R T_A' \qquad p_1 S (h_B - z_B) = n_B R T_B'$$

問1
$$\frac{\cancel{S} h_A}{\cancel{S} h_B} = \frac{\cancel{S}(h_A - z_A + z_B)}{\cancel{S}(h_B - z_B)}$$

$$\cancel{h_A h_B} - h_A z_B = \cancel{h_A h_B} - h_B z_A + h_B z_B \qquad z_B = \frac{h_B}{h_A + h_B} z_A$$

$$p_0 = \left\{\frac{\cancel{S}(h_B - z_B)}{\cancel{S} h_B}\right\}^{\frac{5}{3}} p_1 = \left(\frac{\cancel{h_B}(h_A + h_B) - \cancel{h_B} z_A}{\cancel{h_B}(h_A + h_B)}\right)^{\frac{5}{3}} p_1$$

$$p_1 = \left(\frac{h_A + h_B}{h_A + h_B - z_A}\right)^{\frac{5}{3}} p_0$$

問2 手がした仕事＋大気とおもりのした仕事

$= $ 気体がされた仕事 $= -W_A - W_B$

$$= \frac{3}{2} n_A R (T_A' - T_A) + \frac{3}{2} n_B R (T_B' - T_B)$$

$$= \frac{3}{2}\left(p_1 S (h_A - z_A + \cancel{z_B}) - p_0 S h_A + p_1 S (h_B - \cancel{z_B}) - p_0 S h_B \right)$$

$$= \frac{3}{2}\left(p_1 S (h_A - z_A + h_B) - p_0 S (h_A + h_B) \right)$$

手がした仕事
$$= \frac{3}{2}\left\{ \left(\frac{h_A + h_B}{h_A + h_B - z_A}\right)^{\frac{5}{3}} p_0 S (h_A + h_B - z_A) - p_0 S (h_A + h_B) \right\} - (mg + PS) z_A$$

$$= \frac{3}{2} p_0 S \left\{ \frac{(h_A + h_B)^{\frac{5}{3}}}{(h_A + h_B - z_A)^{\frac{2}{3}}} - h_A - h_B \right\} - p_0 S z_A$$

X

$$P_0 S h_A = n_A R T_A \qquad\qquad P_0 S h_B = n_B R T_B$$

$$Q_A = W_A + \frac{3}{2} n_A R(T_A' - T_A) \qquad \text{断熱} \qquad 0 = -W_A + \frac{3}{2} n_B R(T_B' - T_B)$$

$$P_0 (S h_B)^{\frac{5}{3}} = P_2 \left\{ S \left(\frac{h_A + h_B}{2} \right) \right\}^{\frac{5}{3}}$$

$$P_2 S \frac{h_A + h_B}{2} = n_A R T_A' \qquad\qquad P_2 S \frac{h_A + h_B}{2} = n_B R T_B'$$

問3

$$Q_A = W_A + \frac{3}{2} n_A R(T_A' - T_A) = \frac{3}{2} n_A R(T_A' - T_A) + \frac{3}{2} n_B R(T_B' - T_B)$$

$$= \frac{3}{2} \left\{ \frac{1}{2} P_2 S(h_A + h_B) - P_0 S h_A + \frac{1}{2} P_2 S(h_A + h_B) - P_0 S h_B \right\}$$

$$= \frac{3}{2} \left\{ \frac{1}{2} S \left(\frac{h_B}{\frac{h_A + h_B}{2}} \right)^{\frac{5}{3}} P_0 (h_A + h_B) \times 2 - P_0 S(h_A + h_B) \right\}$$

$$= \frac{3}{2} P_0 S \left\{ \frac{h_B^{\frac{5}{3}}}{(h_A + h_B)^{\frac{2}{3}} 2^{-\frac{5}{3}}} - h_A - h_B \right\}$$

$$= \frac{3}{2} P_0 S \left\{ \frac{(2h_B)^{\frac{5}{3}}}{(h_A + h_B)^{\frac{2}{3}}} - h_A - h_B \right\}$$

Y

$$p_0 S h_1 = n_1 R T_1 \qquad\qquad \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) S h_2 = n_2 R T_2$$

定圧

$$Q = p_0 S(h_1' - h_1) + \frac{3}{2} n_1 R(T - T_1) = \frac{5}{2} n_1 R(T - T_1)$$

断熱，定圧，なので変化なし

$$p_0 S h_1' = n_1 R T \qquad\qquad \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) S h_2 = n_2 R T_2$$

$$Q = (T_0 - T) C_D$$

問4

$$C_D = \frac{Q}{T_0 - T} = \frac{5 n_1 R(T - T_1)}{2(T_0 - T)} = \frac{5(T - T_1)}{2(T_0 - T)} \times \frac{P_0 S h_1}{T_1} = \frac{5 P_0 S h_1 (T - T_1)}{2 T_1 (T_0 - T)}$$

$$h_1' - h_1 = \frac{n_1 R(T - T_1)}{P_0 S} = \frac{T - T_1}{P_0 S} \times \frac{P_0 S h_1}{T_1} = \frac{T - T_1}{T_1} h_1$$

A　　　　　　　　　　　　B

$Y:\ p_0 S h_1 = n_1 R T_1$ 　　　　$\left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) S h_2 = n_2 R T_2$

$C_D (T_0 - T_1') = W_A + \frac{3}{2} n_1 R (T_1' - T_1)$ 　　断熱圧縮　$0 = W_B + \frac{3}{2} n_2 R (T_2' - T_2)$

$\left(p_0 + \frac{mg}{S}\right)(S h_2)^{\frac{5}{3}} = \left(p' + \frac{mg}{S}\right)(S h)^{\frac{5}{3}}$ --- ①

$p' S (h_1 + h_2 - h) = n_1 R T_1'$ 　　　$\left(p' + \frac{mg}{S}\right) S h = n_2 R T_2'$

断熱　$0 = W_A' + \frac{3}{2} n_1 R (T_1'' - T_1')$

$p' \{S(h_1 + h_2 - h)\}^{\frac{5}{3}} = p_0 \{S h_1'\}^{\frac{5}{3}}$ --- ②

断熱　$0 = W_B' + \frac{3}{2} n_2 R (T_2 - T_2')$

$\left(p' + \frac{mg}{S}\right)(S h)^{\frac{5}{3}} = \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right)(S h_2)^{\frac{5}{3}}$

$p_0 S h_1' = n_1 R T_1''$ 　　　$\left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) S h_2 = n_2 R T_2$ 　(元に戻る)

$W_A + W_B = 0$

問5

①より　$p' + \frac{mg}{S} = \left(\frac{h_2}{h}\right)^{\frac{5}{3}} \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right)$

②より　$p' = p_0 \left(\frac{h_1'}{h_1 + h_2 - h}\right)^{\frac{5}{3}}$

辺々足して

$$p_0 \left(\frac{h_1'}{h_1 + h_2 - h}\right)^{\frac{5}{3}} = \left(\frac{h_2}{h}\right)^{\frac{5}{3}} \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) - \frac{mg}{S}$$

$$\frac{h_1'}{h_1 + h_2 - h} = \left\{ \frac{\left(\frac{h_2}{h}\right)^{\frac{5}{3}} \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) - \frac{mg}{S}}{p_0} \right\}^{\frac{3}{5}}$$

$$\underline{h_1' = (h_1 + h_2 - h) \left\{ \frac{\left(\frac{h_2}{h}\right)^{\frac{5}{3}} \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) - \frac{mg}{S}}{p_0} \right\}^{\frac{3}{5}}}$$