1 [1] 問1 運動方程式 $m\frac{v^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2}$ より $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

問2 $T = \frac{2\pi r}{v}$ より、 $T = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM}}$

これを2乗して、 $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$

[2] 問3 $\frac{1}{2}mv_A^2 - G\frac{Mm}{L} = \frac{1}{2}mv_B^2 - G\frac{Mm}{4L}$

問4 問3の式に $\frac{1}{2}Lv_A = \frac{1}{2}\times(4L)v_B$ から $v_A = 4v_B$ を代入。

$$8mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{3GMm}{4L}$$

$$v_B^2 = \frac{\cancel{3}GM}{\cancel{4}L_{2}}\times\frac{\cancel{2}}{\cancel{15}_{5}} \qquad v_B = \sqrt{\frac{GM}{10L}}$$

半径 $4L$ で円運動しているときの速さが v_2 だから $v_2 = \sqrt{\frac{GM}{4L}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{GM}{L}}$

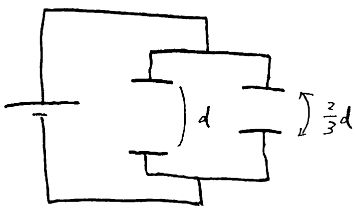
$$\therefore\ v_2 = \frac{\sqrt{10}}{2}\sqrt{\frac{GM}{10L}} = \frac{\sqrt{10}}{2}v_B$$

2 問1　コンデンサーの電気容量Cは　$C = \varepsilon_0 \dfrac{a^2}{d}$

電圧Vのとき電気量は　$Q_0 = CV = \underline{\varepsilon_0 \dfrac{a^2}{d} V}$

エネルギーは　$U_0 = \frac{1}{2} C V^2 = \underline{\dfrac{\varepsilon_0 a^2 V^2}{2d}}$

問2



金属板が挟まっている区間(右側)と

挟まっていない区間(左側)を2つのコンデンサーとみる。

それぞれの容量は $\varepsilon_0 \dfrac{a(a-x)}{d}$，　$\varepsilon_0 \dfrac{ax}{\frac{2}{3}d}$

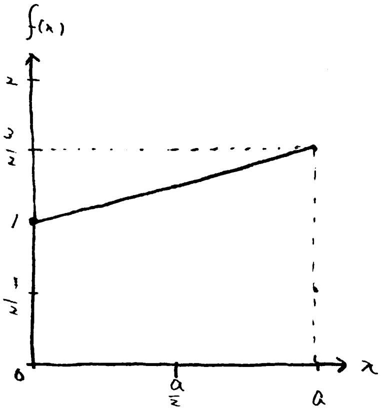
この2つのコンデンサーが並列につながっているので蓄えられる電気量は

$$Q = \varepsilon_0 \frac{a(a-x)}{d} V + \varepsilon_0 \frac{ax}{\frac{2}{3}d} V$$

$$= \varepsilon_0 \frac{a^2}{d} V \left(\frac{a-x}{a} + \frac{3x}{2a} \right)$$

$$= Q_0 \times \frac{2a-2x+3x}{2a} = \frac{2a+x}{2a} Q_0$$

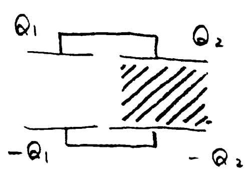
$$\underline{f(x) = 1 + \frac{x}{2a}}$$



問3　容量は　$5\varepsilon_0 \dfrac{a^2}{d}$ と変わる。スイッチを開いているので、電気量はQ_0のまま

変わらないので　$U = \dfrac{Q_0^2}{2 \times 5\varepsilon_0 \frac{a^2}{d}} = \dfrac{\cancel{d}}{10 \cancel{\varepsilon_0} \cancel{a^2}} \times \varepsilon_0^{\cancel{2}} \cdot \dfrac{a^{\cancel{4}\,2}}{d^{\cancel{2}}} V^2 = \underline{\dfrac{1}{5} U_0}$

問4



容量は　$\varepsilon_0 \dfrac{xa}{d}$　と　$5\varepsilon_0 \dfrac{(a-x)a}{d}$

コンデンサーにかかる電圧は等しい。

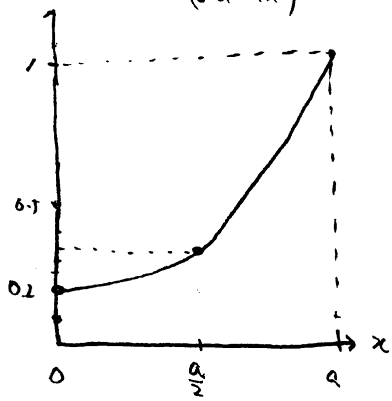
$$\begin{cases} \dfrac{dQ_1}{\varepsilon_0 x a} = \dfrac{dQ_2}{5\varepsilon_0 (a-x) a} & (Q_1 : Q_2 = x : 5(a-x)) \\ Q_1 + Q_2 = Q_0 \end{cases}$$

$$Q_1 = \frac{x}{5a-4x} Q_0 \qquad Q_2 = \frac{5a-5x}{5a-4x} Q_0$$

$$\text{静電エネルギー} = \frac{\left(\frac{x}{5a-4x}\right)^2 Q_0^2}{2\varepsilon_0 \frac{ax}{d}} + \frac{\left(\frac{5a-5x}{5a-4x}\right)^2 Q_0^2}{2 \cdot 5\varepsilon_0 \frac{(a-x)a}{d}} = \frac{Q_0^2}{2\varepsilon_0 \frac{a^2}{d}} \left(\frac{a}{x} \left(\frac{x}{5a-4x}\right)^2 + \frac{a}{5(a-x)} \left(\frac{5a-5x}{5a-4x}\right)^2 \right)$$

$U_0 = \dfrac{Q_0^2}{2\varepsilon_0 \frac{a^2}{d}}$ だから

$$\text{エネルギー} = U_0 \times \frac{1}{(5a-4x)^2}\left(ax + 5a^2 - 5ax\right) = U_0 \times \frac{a}{5a-4x}$$

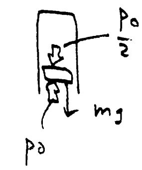


$\therefore\ g(x) = \dfrac{a}{5a-4x}$

問5　外力が正の仕事を行うことによってコンデンサーの
内部エネルギーが変化している。

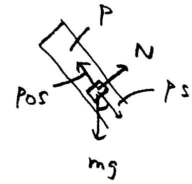
3

(θ=0°) $\frac{p_0}{2} \times SL_1 = RT_0$, $\frac{p_0}{2}S + mg = p_0 S$



断熱 $\left(pSL = RT \ , \ pS + mg\cos\theta = p_0 S \right)$

$0 = W_{AB} + \frac{3}{2}R(T_2 - T_0)$



(θ=90°) $p_0 SL_2 = RT_2$

定圧 $Q_{BC} = p_0 S(L_3 - L_2) + \frac{3}{2}R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}R(T_3 - T_2)$

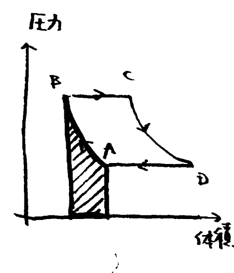
(θ=90°) $p_0 SL_3 = RT_3$

断熱 $0 = W_{CD} + \frac{3}{2}R(T_4 - T_3)$

(θ=0°) $\frac{p_0}{2} SL_4 = RT_4$

定圧 $Q_{DA} = \frac{p_0}{2}S(L_1 - L_4) + \frac{3}{2}R(T_1 - T_4) = \frac{5}{2}R(T_1 - T_4)$.

問1 $mg = \frac{1}{2}p_0 S$ より $m = \underline{\frac{p_0 S}{2g}}$



問2 $p = p_0 - \frac{mg}{S}\cos\theta = \underline{p_0\left(1 - \frac{1}{2}\cos\theta\right)}$

問3 $-W_{AB} = \frac{3}{2}R(T_2 - T_0) = \frac{3}{2}\left(p_0 SL_2 - \frac{p_0}{2}SL_1\right) = \underline{\frac{3}{2}p_0 S\left(L_2 - \frac{1}{2}L_1\right)}$

(a)

(b) ともに同じ

問4 (a) 仕事 $= p_0 S(L_3 - L_2)$

(b) $Q_{BC} = \frac{5}{2}R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}p_0 S(L_3 - L_2)$

問5 $e = \frac{Q_{BC} + Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{\frac{5}{2} \times \frac{p_0}{2}S(L_1 - L_4)}{\frac{3}{2}p_0 S(L_3 - L_2)} = 1 + \frac{L_1 - L_4}{2(L_3 - L_2)}$