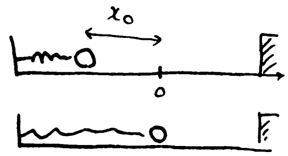
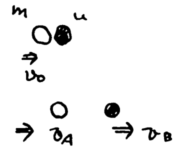
① I　エネルギー保存　$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$



$v_0 = x_0\sqrt{\frac{k}{m}}$ …1



単振動の周期は公式より $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

最も縮んだところから自然長までなので $\frac{1}{4}T = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$ …(2)

衝突前後で、

運動量保存　$mv_0 = mv_A + uv_B$

はねかえり　$\frac{v_A - v_B}{v_0 - 0} = -1$

連立して、　$v_A = -\frac{u-m}{u+m}x_0\sqrt{\frac{k}{m}}$ …3 ，$v_B = \frac{2m}{u+m}x_0\sqrt{\frac{k}{m}}$ …4

衝突直後の速度は $v_B > v_A$（∵はねかえり）なので速さが等しくなるのは、

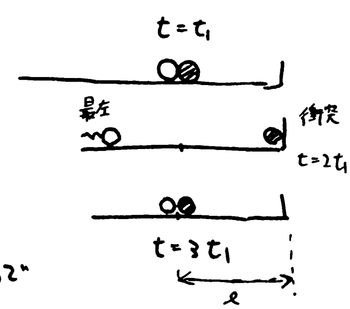
$-v_A = +v_B$　（$|v_A|$のこと）

となるときで、これに v_A, v_B のもとめた値を代入して、

$$+\frac{u-m}{u+m}\cancel{x_0\sqrt{\frac{k}{m}}} = +\frac{2m}{u+m}\cancel{x_0\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$(u-3m)(u+m) = 0$　　∴ $u = 3m$ …5

このとき　$v_B = \frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$ …6

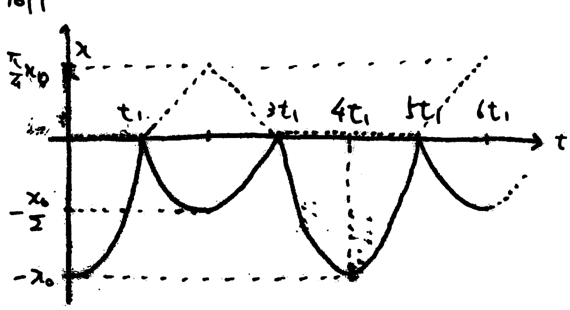


$t=3t_1$ のとき　小球Aは $x=0$ に戻ってくるので、左のように Bも $x=0$ に戻ってくればよい。

そのためには、$t=2t_1$ で壁に衝突すればよいので

$\frac{l}{v_B} = 2t_1 - t_1$　　$l = t_1 v_B = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}} \times \frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\pi}{4}x_0$ …7

問1



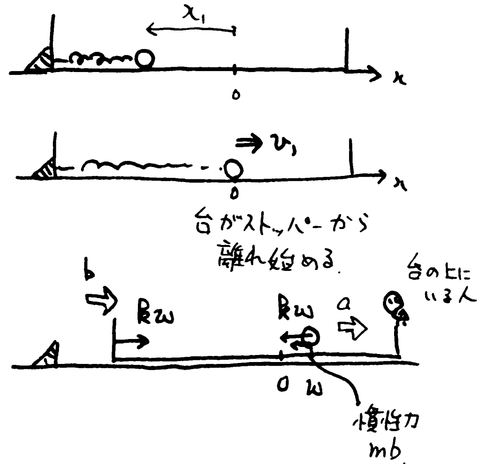
$t=2t_1$ のとき

$\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}kA^2$

$\cancel{\frac{1}{2}m} \times \frac{x_0^2}{4} \times \frac{k}{\cancel{m}} = \cancel{\frac{1}{2}}kA^2$

$A = \frac{x_0}{2}$　　∴ $x = -\frac{x_0}{2}$

11 ばねが自然長よりも縮んでいるとき、ばねは台を左に押すので、台はストッパー1に押しつけられて動かない。ばねが自然長となったとき、台はばねから右向きの力を受け始めるので右に動きだす。



エネルギー保存

$$\frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\underline{v_1 = x_1\sqrt{\frac{k}{m}}}\ {}_{,8}$$

床の上から見た
台の運動方程式

$$Mb = kw$$

台上からみた、Aの運動方程式

$$ma = -kw - mb$$

$$\underline{b = \frac{kw}{M}}\ {}_{9} \qquad a = \underline{-\frac{m+M}{mM}kw}\ {}_{10} \quad = -w\omega^2 \text{ より}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{m+M}{mM}k} \quad , \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \underline{2\pi\sqrt{\frac{mM}{(m+M)k}}}\ {}_{,11}$$

ばねが最も伸びたとき、台と小球Aの相対速度は0なので（これを v' として）
ばねの伸びを x_2 とする
エネルギー保存.

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}Mv'^2$$

運動量保存

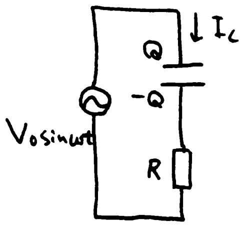
$$mv_1 = (m+M)v'$$

これらを解く.

$$\text{台の速度} = \text{Aの速度} = v' = \frac{m}{m+M}x_1 = \underline{\frac{m}{m+M}x_1\sqrt{\frac{k}{m}}}\ {}_{12,\ 13}$$

$$x_2 = \underline{x_1\sqrt{\frac{M}{m+M}}}\ {}_{14}$$

2



コンデンサーの式　$Q = CV_c$ より

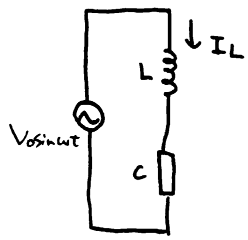
$$Q = CV_1 \sin(\omega t - \varphi_1)$$

$$I_C = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \underline{CV_1 \omega \cos(\omega t - \varphi_1)} \quad (1)$$

$$V_c + I_C R = V_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + RCV_1 \omega \cos(\omega t - \varphi_1)$$

$$= \underline{V_1\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}} \quad 2 \quad \sin(\omega t - \varphi_1 + \alpha)$$

ただし　$\tan\alpha = \frac{RCV_1\omega}{V_1} = \underline{RC\omega} \quad 3$



これを　$V_0 \sin \omega t$ と比較して

$$V_0 = V_1\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}, \quad -\varphi_1 + \alpha = 0$$

$$V_1 = \underline{\frac{V_0}{\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}}} \quad 4, \quad \varphi_1 = \alpha$$

以上より。

$$I_C = \underline{C\frac{V_0}{\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}}\omega \cos(\omega t - \varphi_1)} \quad 5$$

コイルの両端にかかる電圧は　$V_L = L\frac{\Delta I_L}{\Delta t} = \underline{LI_2\omega \cos(\omega t - \varphi_2)} \quad 6$

$$V_L + I_L R = LI_2\omega \cos(\omega t - \varphi_2) + RI_2 \sin(\omega t - \varphi_2)$$

$$= \sqrt{(LI_2\omega)^2 + (RI_2)^2} \sin(\omega t - \varphi_2 + \beta) \quad \left(\text{ただし } \tan\beta = \frac{LI_2\omega}{RI_2}\right)$$

$$= \underline{I_2\sqrt{L^2\omega^2 + R^2}} \quad 7 \quad \sin(\omega t - \varphi_2 + \beta), \quad \tan\beta = \underline{\frac{\omega L}{R}} \quad 8$$

これと　$V_0 \sin \omega t$ を比較して。

$$V_0 = I_2\sqrt{L^2\omega^2 + R^2}, \quad -\varphi_2 + \beta = 0$$

$$I_2 = \underline{\frac{V_0}{\sqrt{L^2\omega^2 + R^2}}} \quad 9, \quad \beta = \varphi_2$$

以上より

$$V_L = \underline{L\frac{V_0}{\sqrt{L^2\omega^2 + R^2}}\omega \cos(\omega t - \varphi_2)} \quad 10$$

II　(ア),(イ)で 可変抵抗を含む回路は I の コイル側への接続と同じ回路

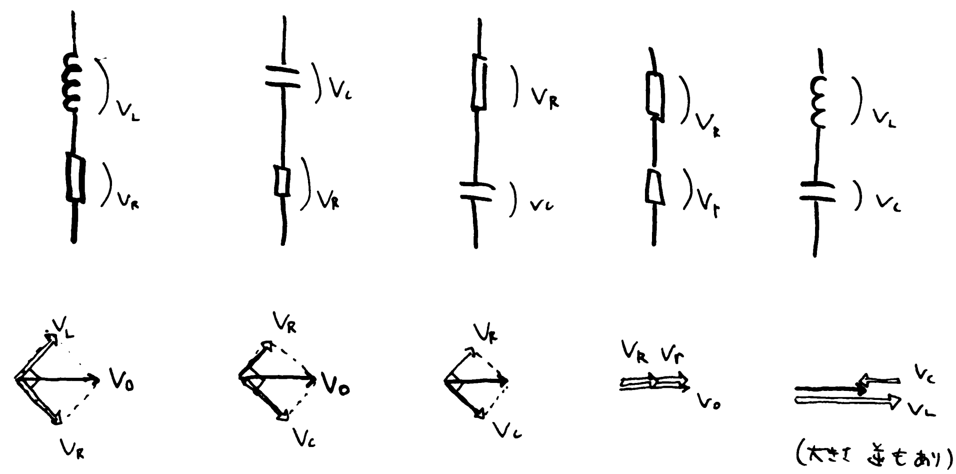
I で $I_L R$ だった式を修正して、

$$x\cdot\frac{V_0}{\sqrt{L^2\omega^2+x^2}}\sin(\omega t-\varphi_3)=\underline{\frac{xV_0}{\sqrt{L^2\omega^2+x^2}}}\sin(\omega t-\varphi_3)$$ 〃11　　ただし、$\tan\varphi_3=\underline{\dfrac{\omega L}{x}}$ 〃13

(ウ)では 抵抗を流れる電流の位相は電圧に等しい

$$V_0\sin\omega t = I\times(R+x)\qquad I=\frac{V_0}{R+x}\sin\omega t$$

抵抗 x にかかる電圧は　$xI=\underline{\dfrac{xV_0}{R+x}}\sin\omega t$ 〃12　　　$\tan\varphi_4=\underline{0}$ 〃14



起電力に対して位相が進んでいるかどうかを考えて、点b,cが同位相となり得るのは $\underline{(イ)}$ 〃15 の回路のみ

(イ)のコンデンサーの両端の電圧は I の結果（$V_1\sin(\omega t-\varphi_1)$）を修正して、

$$\underline{\frac{V_0}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}}_{〃17}=\frac{xV_0}{\sqrt{L^2\omega^2+x^2}}\ ,\qquad \frac{\omega L}{x}=RC\omega$$

$$x=\underline{\frac{L}{RC}}\ 〃16$$

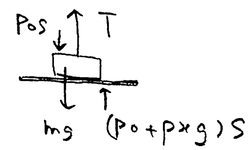
$\boxed{3}$ A: $(p_0+\rho l_A g)V_A = nRT_0$

断熱膨張.

$$(p_0+\rho l_A g)V_A^{\gamma} = p_0 V_B^{\gamma} \quad \cdots ①$$

$$0 = W_{AB} + \frac{R}{\gamma-1}\cdot n(T_B-T_0)$$

$$\left((p_0+\rho x g)V_x = nRT_x \right)$$



B: $p_0 V_B = nRT_B$

定積

$$Q = 0 + \frac{R}{\gamma-1}n(T_0-T_B)$$

C: $p_C V_B = nRT_0$

$T=0$ のとき

$$mg + p_0S = p_0S + \rho l_A g S$$

$$m = \rho l_A S$$

$$T = mg + p_0S - (p_0+\rho x g)S$$

$$= mg - \rho x g S$$

$$= \rho(l_A - x)gS$$

I 1. $\underline{\rho l_A g}$ 2. $p_A = \underline{p_0+\rho l_A g}$ 3. $\underline{\rho l_A S}$ (上で計算した).

II 4. $\underline{p_0+\rho x g}$ 5. $\underline{\rho(l_A-x)Sg}$ (上で計算).

状態Bでは張力がおもりにかかる重力と等しいので、気体の圧力は大気圧に等しくなっている。したがって液面差は0で、液面の高さは当初の平均値の

$\underline{h_A - \frac{1}{2}l_A}_6$ となる　　圧力は $\underline{p_0}_7$.

8. ①より

$$V_B = \underline{\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} V_A}$$

9. $T_B = \frac{p_0V_B}{nR} = \left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \times \cancel{V_A} p_0 \times \frac{T_0}{p_A \cancel{V_A}}$

$$= \underline{\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}-1} T_0}$$

10 $\Delta U_{AB} = \frac{R}{\gamma-1}n(T_B-T_0) = \frac{1}{\gamma-1}\left(p_0V_B - p_AV_A\right)$

$$= \frac{1}{\gamma-1}\left(p_0\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - p_A\right)V_A = \underline{\frac{p_AV_A}{\gamma-1}\left\{\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}-1} - 1\right\}}$$

11 $p_0(V_B - V_A) = \underline{p_0\left\{\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1\right\}V_A}$

12. 気体がおもりにした仕事 + 張力がした仕事 = おもりのエネルギー変化量

$$-\Delta U_{AB} - p_0(V_B-V_A) + W_T = mg\Delta l$$

$$-\frac{p_AV_A}{\gamma-1}\left\{\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}-1} - 1\right\} - p_0V_A\left\{\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1\right\} + W_T = \rho l_A S g\cdot\frac{V_B-V_A}{S}$$

$$W_T = \frac{p_A V_A}{\gamma-1}\left\{\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}-1}-1\right\} + p_0 V_A\left\{\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}-1\right\} + \overbrace{\rho l_A g}^{(p_A-p_0)}\, V_A\left\{\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}-1\right\}$$

$$= \underline{\frac{p_A V_A}{\gamma-1}\left\{\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}-1}-1\right\} + p_A V_A\left\{\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}-1\right\}} \quad 12$$

III 13. $$p_C = \frac{nRT_0}{V_B} = \frac{p_A V_A}{V_B} = p_A V_A\left(\frac{p_0}{p_A}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \times \frac{1}{V_A} = \underline{p_A\left(\frac{p_0}{p_A}\right)^{\frac{1}{\gamma}}}$$

14. $$Q = \frac{R}{\gamma-1}n(T_0-T_B) = \frac{1}{\gamma-1}\left(p_A V_A - p_0 V_B\right) = \frac{1}{\gamma-1}\left(p_A V_A - p_0\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} V_A\right)$$

$$= \frac{V_A}{\gamma-1}\left\{p_A - p_0\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\right\} = \underline{\frac{p_A V_A}{\gamma-1}\left\{1-\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}-1}\right\}}$$

問1 $$p_A V_A = p_C V_B$$

$$p_A \cancel{V_A} = p_C\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\cancel{V_A}$$

$$\left(\frac{p_A}{p_C}\right)^{\gamma} = \frac{p_A}{p_0}$$

両辺の対数をとる

$$\gamma \log\frac{p_A}{p_C} = \log\frac{p_A}{p_0} \qquad \underline{\gamma = \frac{\log p_A - \log p_0}{\log p_A - \log p_C}}$$

問2 $$\gamma = \frac{\log p_A - \log p_0}{\log p_A - \log p_0 - (\log p_C - \log p_0)} = \frac{\log\left(1+\frac{\rho l_A g}{p_0}\right)}{\log\left(1+\frac{\rho l_A g}{p_0}\right) - \log\left(1+\frac{\rho l_C g}{p_0}\right)}$$

$$\fallingdotseq \frac{\frac{\rho l_A g}{p_0}}{\frac{\rho l_A g}{p_0} - \frac{\rho l_C g}{p_0}} = \underline{\frac{l_A}{l_A - l_C}}$$