阪南大学 2023 前期

1 (1) $a=4,\ b=4$ のとき, Cは $y=x^2-8x+12=(x-4)^2-4$ なので頂点は **(4, −4)**

x軸との交点は $y=0$ のときで $x^2-8x+12=0$ より $(x-6)(x-2)=0$ だから **(2, 0), (6, 0)**

(2) Cが $(1, 0)$ を通るとき, $0=1^2-2a\cdot 1+a^2-b$ より $a^2-2a-b+1=0$

ここに $a=1, 2 \dots 6$ を順に代入

$a=1$ のとき $b=0$ … 不適　$a=2$ のとき $b=1$　$a=3$ のとき $b=4$

$a=4$ のとき $b=9$ … 不適　$a=5$ のとき $b=16$ … 不適　$a=6$ のとき $b=25$ … 不適

$(a, b)=$ **(2, 1)** または **(3, 4)**

(3) $y=0$ のとき $x^2-2ax+a^2-b=0 \Leftrightarrow (x-a)^2=b$ …①

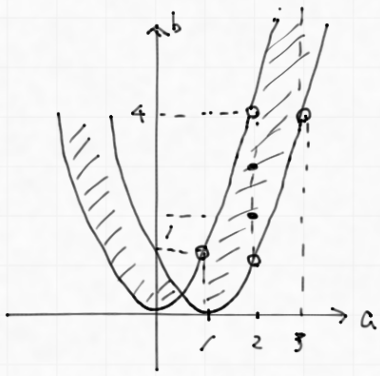
①で x, a は整数なので b は平方数に限られるので $b=1$ または 4

このとき, a の値にかかわらず x は整数となるので, x軸との共有点のx座標の値が全て整数となるのは **12通り**

(4) $f(x)=x^2-2ax+a^2-b$ として $y=f(x)$ が $0<x<1$ の範囲でx軸と交わればよいので

$f(0)$ と $f(1)$ が異符号となればよい

$f(0)\times f(1)=(a^2-b)(1-2a+a^2-b)<0$



$(a, b)=(2, 2), (2, 3), (3, 5), (3, 6)$　**4つ**

2 (1) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

(2) 女子の投げたコインに名前の書かれた男の子が女子の名前の書かれた面をだすか否かで決まるので $\frac{1}{2}$

(3) 女子2人が異なる男の子を選ぶのは $1 \times \frac{1}{2}$

それぞれの男の子がカップルとなる女の子を選ぶのは いずれも $\frac{1}{2}$

$$\left(1 \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

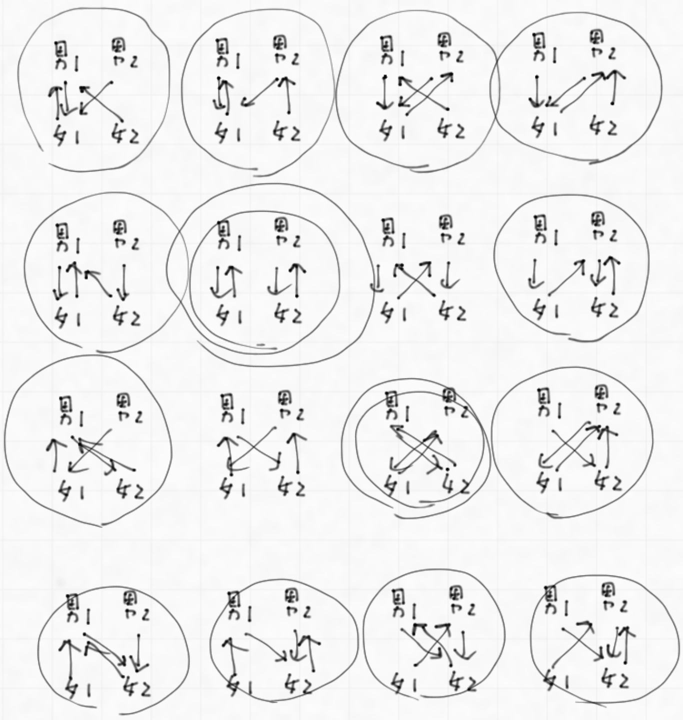
(4) 女子2人が異なる男の子を選んだときに1組みのカップルができるのは

$$\left(1 \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{4}$$

女子2人が同じ男の子を選んだときに1組みのカップルができるのは

$$\left(1 \times \frac{1}{2}\right) \times 1 = \frac{1}{2}$$

まとめて $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$



$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times 2$

3

3　2

$x=y=2$ とすると　$2^2+2^2=\overset{イ}{8}$ は素数ではない。

2^y+y^2 について　$2^y\equiv(-1)^y \pmod 3$ で、yは奇数なので $2^y\equiv\overset{ウ}{-1} \pmod 3$

$y\equiv1$ のとき　$y^2\equiv1^2\equiv\overset{エ}{1}\not\equiv-1$

$y\equiv2$ のとき　$y^2\equiv2^2\equiv1\not\equiv-1$

3より大きい素数では条件を満たさない。

$x=2,\ y=3$ のとき　$2^3+3^2=17$ でこれは素数なので、この組み合わせのみが

条件を満たしている