金沢工業大学2023 一般A2日目

1

(1) $(2\sqrt{5}+(\sqrt{2}+\sqrt{10}))(2\sqrt{5}-(\sqrt{2}+\sqrt{10})) = (2\sqrt{5})^2-(\sqrt{2}+\sqrt{10})^2 = 20-(2+10+4\sqrt{5}) = \mathbf{8-4\sqrt{5}}$

(2) $\{(x^2-1)^2+1\}^2-100=0 \Leftrightarrow \{(x^2-1)^2+1+10\}\{(x^2-1)^2+1-10\}=0$

$(x^2-1)^2+11 \geqq 11$ だから上式が成り立つのは $(x^2-1)^2-9=0$ のときのみで

$(x^2-1+3)(x^2-1-3)=0$

同様に $x^2+2 \geqq 2$ だから $x^2-4=0$ $\quad\therefore\ x = \mathbf{-2,\ 2}$

(3) $\sin^6\theta+\cos^6\theta = (\sin^2\theta+\cos^2\theta)^3-3\cos^2\theta\sin^2\theta(\cos^2\theta+\sin^2\theta) = 1^3-3\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2\cdot 1 = \mathbf{\frac{4}{7}}$

$\tan^2\theta+\dfrac{1}{\tan^2\theta} = \dfrac{\sin^4\theta+\cos^4\theta}{\cos^2\theta\sin^2\theta} = \{(\cos^2\theta+\sin^2\theta)^2-2\sin^2\theta\cos^2\theta\}\sqrt{7}^2 = 7\left(1-\frac{2}{7}\right) = \mathbf{5}$

(4) 大中小のさいころの目を a, b, c とすると.

$a+b+c=6$, $a \geqq 1, b \geqq 1, c \geqq 1$ $\qquad$ ○∧○∧○∧○∧○∧○

6つの○を3つに分けると考える

右図の5ヶ所の区切りの2つを選ぶことに対応するので $\ {}_5C_2 = 10$

もとめる確率は $\dfrac{10}{6^3} = \mathbf{\dfrac{5}{108}}$

(5) 真数条件 $3^x-25>0$ より $\quad x > \log_3 25 = 2\log_3 5$

$\log_2(3^x-25) \leqq 1 \Leftrightarrow 3^x-25 \leqq 2 \Leftrightarrow 3^x \leqq 3^3 \Leftrightarrow x \leqq 3$

まとめて $\quad \mathbf{2\log_3 5 < x \leqq 3}$

(6) $\overrightarrow{AB} = (3-1,\ 0-2,\ 0-(-1)) = (\mathbf{2,\ -2,\ 1})$

$\overrightarrow{AC} = (0-1,\ 1-2,\ 3-(-1)) = (\mathbf{-1,\ -1,\ 4})$

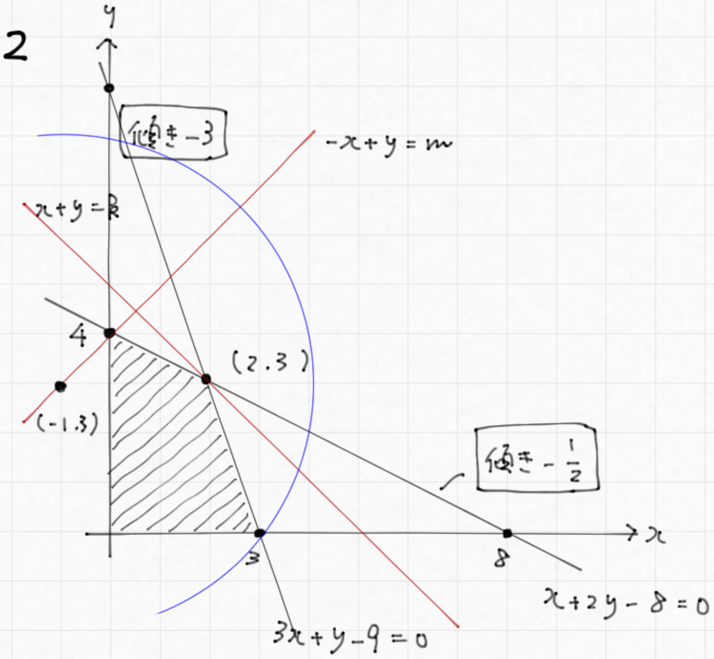
A. B. C. D が同一平面にあるとき $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ を満たす α, β が存在する

$$\begin{pmatrix}-3\\k-2\\3\end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}-1\\-1\\4\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}2\alpha-\beta=-3\\-2\alpha-\beta=k-2\\\alpha+4\beta=3\end{cases}$$

連立して $\quad \beta=1,\ \alpha=-1,\ k=\mathbf{3}$

2



$x+2y-8=0$ と $3x+y-9=0$ の交点は

$5x-10=0$　$x=2$．$y=3$　(2.3)

(1) $x+y=k$ とすると これは傾き -1 の直線と考えられる．x, y が左図斜線部内の値だとすると，$x+y=k$ が斜線部と共有点を持つ範囲で切片に相当する k が最大となるときを考えればよく，それは左図より $(x,y)=(2,3)$ のときと分かる

最大は　$2+3=$ **5**

(2) $-x+y=m$ とすると傾き 1 の直線

$(x,y)=(0,4)$ で最大　$-0+4=$ **4**

(3) $x^2+y^2+2x-6y=n$ とすると　$(x+1)^2+(y-3)^2=n+10$

中心 $(-1,3)$ の円と考えられ．半径が最大となるときnも最大で上図より

$(x,y)=(3.0)$ のとき最大．　$3^2+0^2+2\cdot3-6\cdot0=$ **15**

3

$f(x)=3x^3-3ax^2+3bx-2$

(1) $f'(x)=9x^2-6ax+3b=3(3x^2-2ax+b)$

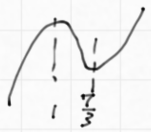
$x=1$ で極値をとるとき $f'(1)=3(3-2a+b)=0$　　$b=$ **2a−3**

(2) $x=1$ で極大値 7 をとるとき (1) に加えて

$f(1)=3-3a+3b-2=7 \Leftrightarrow a-b=-2$

連立して　$a=$ **5**，$b=$ **7**

(穴埋めなので不要だが…　このとき $f'(x)=3(x-1)(3x-7)$
となっているので　たしかに $x=1$ で極大



)

(3) $f'(1)=0$ が必要で (1) より　$b=2a-3$

このとき．$f'(x)=3(x-1)(3x-2a+3)$

$f'(x)=0$ となるのは　$x=1$ と $x=\frac{2a-3}{3}$ で．$x=1$ が極小となるのは

$\frac{2a-3}{3}<1$ のとき．だから　$a<$ **3**

4

(1) 第m群の末項は　$3+6+\cdots+3m = \frac{3}{2}m(m+1)$ 番目の項 だから

第5群の末項は　$\frac{3}{2}\times5\times6 = 45$ 項目.

第6群の初項は 46項目　　$a_{46} = 3\cdot46-2 = \mathbf{136}$

(2) 第6群の末項は　$\frac{3}{2}\times6\times7 = 63$ 項目. だから 第6群の総和は

$$a_{46}+a_{47}+\cdots+a_{63} = \frac{136+63\times3-2}{2}\times18 = 323\times9 = \mathbf{2907}$$

(3) $2023 = 3n-2$　より　$n = 675$　これが第m群に属しているものとすると.

$$\frac{3}{2}(m-1)m < 675 < \frac{3}{2}m(m+1) \iff (m-1)m < 450 < m(m+1)$$

これを満たす整数mは　$m = 21$

第20群の末項は　$\frac{3}{2}\times20\times21 = 630$ 番目の項だから　$675-630 = 45$

2023は 第**21**群の**45**番目の項