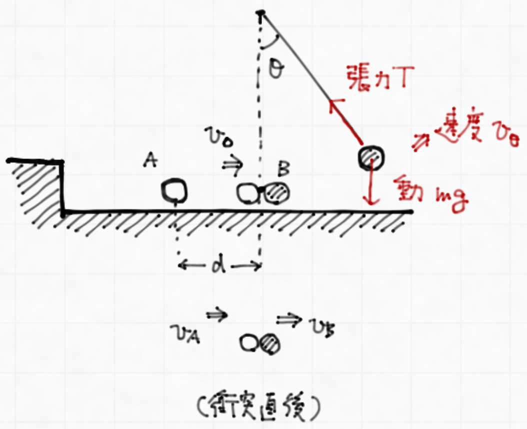
神戸大学2023

1



問1　小球Aの衝突直前の速度をv_0とする

エネルギー保存　$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$　より

$$v_0 = d\sqrt{\frac{k}{m}}$$

衝突直後のA, Bの速度をv_A, v_Bとする

運動量保存　$mv_0 = mv_A + mv_B$

はねかえりの式　$-1 = \dfrac{v_A - v_B}{v_0 - 0}$

これらを連立して　$v_A = 0$,　$v_B = d\sqrt{\frac{k}{m}}$

問2　張力の大きさをT, 小球Bの速度をv_θとする

エネルギー保存　$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgl(1-\cos\theta) + \frac{1}{2}mv_\theta^2$

$$v_\theta = \sqrt{\frac{k}{m}d^2 - 2gl(1-\cos\theta)}$$

問3　円運動の運動方程式　$m\dfrac{v_\theta^2}{l} = T - mg\cos\theta$

ここに問2の答を代入.

$$T = \frac{m}{l}\left(\frac{k}{m}d^2 - 2gl(1-\cos\theta)\right) + mg\cos\theta = \frac{k}{l}d^2 - 2mg + 3mg\cos\theta$$

問4　問3の結果で　$\theta = 120°$のとき　$T=0$となるので.

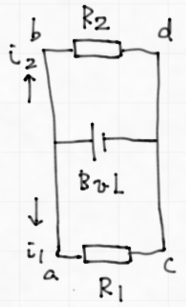
$$0 = \frac{k}{l}d^2 - 2mg + 3mg\cos 120°$$

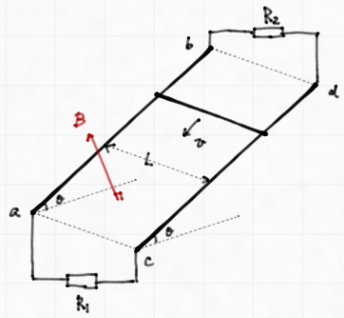
$$\frac{7}{2}mg = \frac{k}{l}d^2 \qquad d = \sqrt{\frac{7mgl}{2k}}$$

2

問1 導体棒に生じる起電力は大きさが BvL

向きはレンツの法則より右図の向き(レールabが高電位となる向き). 右図のように電流 i_1, i_2 を定めると回路の式は





$$BvL = i_1R_1 = i_2R_2 \qquad \therefore\ i_1 = \frac{BvL}{R_1},\ i_2 = \frac{BvL}{R_2}$$

抵抗1を流れる電流は 大きさ $\mathbf{\frac{BvL}{R_1}}$ 向きは **a → c**

抵抗2を流れる電流は 大きさ $\mathbf{\frac{BvL}{R_2}}$ 向きは **b → d**

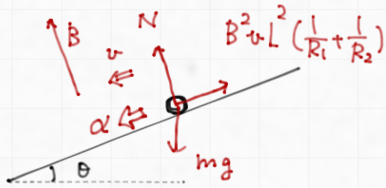
問2 導体棒を流れる電流の大きさは $i_1 + i_2 = BvL\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ だから

導体棒にかかる電磁気力の大きさは $B \times (i_1 + i_2) \times L = B^2vL^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

左手の法則より. その向きは斜面と平行で上向き

斜面下向きに $mg\sin\theta$ の重力成分もかかるので. あわせると. **$mg\sin\theta - B^2vL^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$, 斜面下向き**

問3 導体棒の速度を v. 加速度を α (いずれも斜面下向きを正とする) とし、垂直抗力を N とする.



斜面と平行な方向の運動方程式は

$$m\alpha = mg\sin\theta - B^2vL^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

右辺に速度 v に比例して逆向きに働く力があるので. 十分な時間が経った後. 速度は一定に(加速度は0に)なる. このときの速さが v_f だから

$$m \cdot 0 = mg\sin\theta - B^2v_fL^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \qquad \therefore\ v_f = \frac{mgR_1R_2\sin\theta}{B^2L^2(R_1 + R_2)}$$

問4 抵抗1を流れる電流を i_1 として $i_1 = \frac{Bv_fL}{R_1}$ だから消費電力 P_1 は

$$P_1 = i_1^2R_1 = \frac{B^2L^2}{R_1} \times \frac{(mgR_1R_2\sin\theta)^2}{B^4L^4(R_1 + R_2)^2} = \frac{m^2g^2R_1R_2^2\sin^2\theta}{B^2L^2(R_1 + R_2)^2}$$

同様に抵抗2を流れる電流を i_2 として

$$P_2 = i_2^2R_2 = \frac{m^2g^2R_1^2R_2\sin^2\theta}{B^2L^2(R_1 + R_2)^2}$$

問5 直接は導体棒に生じている誘導起電力が供給する電気エネルギーはジュール熱の元になっている

$$(i_1 + i_2)Bv_fL$$

またこのエネルギーの元となっているのは導体棒が持っていた重力の位置エネルギーで. 位置エネルギーの単位時間あたりの減少量と一致している

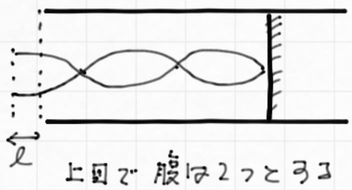
$$mg \times v_f \times \sin\theta$$

3

問1　$v=f\lambda$ より　$\lambda=\frac{v}{f}$

問2　定常波の腹の数を n（管内にあるものだけを数える）

定常波の1山が半波長に相当するので 共鳴するための条件は



上図で腹は2つとする

$$L+\ell=\frac{\lambda}{2}\times n+\frac{1}{4}\lambda$$

$$L+\ell=\frac{v}{4f}(2n+1) \qquad \therefore\ f=\frac{(2n+1)v}{4(L+\ell)}$$

問3　図2グラフから次の3つの値を読みとり 問2の式に代入

腹の数 n　$L=40$, $f=600$　　$40+\ell=\frac{v}{4\cdot600}(2n+1)$　…①

〃　$n+1$　$L=54$, $f=750$　　$54+\ell=\frac{v}{4\cdot750}(2n+3)$　…②

〃　$n+2$　$L=60$, $f=950$　　$60+\ell=\frac{v}{4\cdot950}(2n+5)$　…③

③－①　$20=\frac{v}{3800}(2n+5)-\frac{v}{2400}(2n+1)$　…④

③－②　$6=\frac{v}{3800}(2n+5)-\frac{v}{3000}(2n+3)$　…⑤

④÷⑤　$\frac{20}{6}=\frac{\frac{2n+5}{3800}-\frac{2n+1}{2400}}{\frac{2n+5}{3800}-\frac{2n+3}{3000}}$　$\Leftrightarrow$　$\frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{}\left(\frac{2n+5}{\underset{19}{\cancel{38}}}-\frac{2n+3}{\underset{15}{\cancel{30}}}\right)=3\left(\frac{2n+5}{38}-\frac{2n+1}{24}\right)$

$\Leftrightarrow$　$\frac{\cancel{5}}{\underset{3}{\cancel{19\cdot15}}}(30n+75-38n-57)=\frac{\cancel{3}}{\underset{2\quad 4}{\cancel{38\cdot12}}}(24n+60-38n-19)$

$\Leftrightarrow$　$8(18-8n)=3(41-14n)$　　$n=\frac{21}{22}\fallingdotseq1$

$n=1$を①,②に代入　$2400(40+\ell)=3v$,　$3000(54+\ell)=5v$

$4\cancel{800}(40+\ell)=\overset{3}{\cancel{800}}(54+\ell)$　　$\ell=2$ (cm)

開口端補正は **2 cm**

問4　問3で①式に $\ell=2$, $n=1$ を代入.　$v=42\times800=33600=\mathbf{3.4\times10^2}$ (m/s)