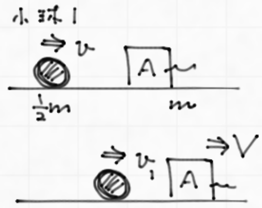
立命館大学2023

1 [1] 運動量保存 $\frac{1}{2}m\cdot v = \frac{1}{2}mv_1 + mV$

はねかえり $\underset{(あ)}{-0.8} = \frac{v_1 - V}{v - 0}$

連立して $V = \frac{3}{5}v$

エネルギー保存 $\frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}k\Delta l_0^2$ より $\Delta l_0 = V\sqrt{\frac{m}{k}}$ (イ) ⑨



単振動の周期 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ばねは衝突直前まで自然長で、最も縮んでから自然長に戻ったので

半周期分の運動を行うことになる。必要となる時間は $T_0 = \frac{1}{2}T = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (ロ) ⑥

[2] 運動量保存 $\frac{1}{2}mv = \left(\frac{1}{2}m + m\right)v'$ より $v' = \frac{1}{3}v$ (い)

質量が $m \to \frac{3}{2}m$ となっているので $\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \to \pi\sqrt{\frac{m}{k}} \times \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}T_0$ (う)

エネルギー保存則より $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}m\right)v'^2 = \frac{1}{2}k\Delta l_1^2$

$$\frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}k\Delta l_2^2$$

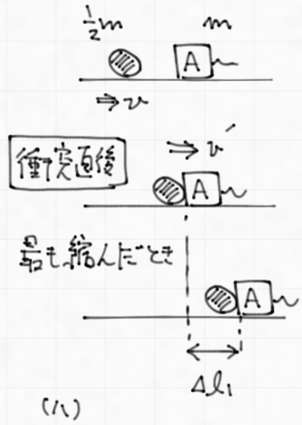
これらを解いて $\Delta l_1 = \sqrt{\frac{3m}{2k}}\cdot\frac{1}{3}v = \frac{\sqrt{6}}{6}v\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$\Delta l_2 = \sqrt{\frac{m}{k}}\cdot v' = \frac{1}{3}v\sqrt{\frac{m}{k}}$$

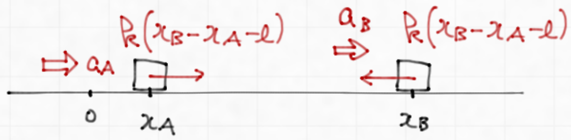
また $\Delta l_0 = V\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{3}{5}v\sqrt{\frac{m}{k}}$

これら3式より

$\Delta l_2 < \Delta l_1 < \Delta l_0$ (ハ) ④



[3] 力は右図のようになる



運動方程式は

$$ma_A = k(x_B - x_A - l)$$ (ニ) ⑩

$$2ma_B = -k(x_B - x_A - l)$$

水平方向の力は上記2つの内力だけ。したがって**運動量の和**が保存する (ホ) ③

同じ速度で動いているときの速度を v_1 とすると運動量保存より

$mV = (m + 2m)v_1$　　$v_1 = \frac{1}{3}V$ (え)

運動方程式より

$$a_B - a_A = -\frac{k}{2m}(x_B - x_A - l) - \frac{k}{m}(x_B - x_A - l)$$

$$= -\frac{3k}{2m}\{(x_B - x_A) - l\} = -\{(x_B - x_A) - l\}\omega^2 \qquad \omega = \sqrt{\frac{3k}{2m}}$$

周期 $T' = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{3k}}$　その半周期で自然長に戻るので

$$\frac{1}{2}T' = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}T_0$$ (お)

自然長に戻ったとき A, Bの速度を v_A, v_B とすると運動量保存より $mV = mv_A + 2mv_B$

相対速度が $-V$ となっているので $v_A - v_B = -V$　この2式を連立して $v_A = -\frac{1}{3}V$

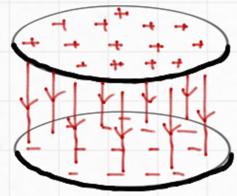
(か)

2 [1] $N = 4\pi kQ$ (本)　(あ)

$E_1 = \frac{N}{\pi r^2} = \frac{4\pi kQ}{\pi r^2} = \frac{4kQ}{r^2}$ (N/C)　(い)

$V_1 = E_1 d$ より $E_1 = \frac{V_1}{d}$ (N/C)　(う)

$E_1 = \frac{4kQ}{r^2} = \frac{V_1}{d}$ だから $Q = \frac{r^2}{4kd}V_1$　　$C_1 = \frac{r^2}{4kd}$　(え)



[2] 電気量が保たれているので電気力線の本数は変わらず。したがって電場の強さも変わらない

電位差は $E_1 \times 3d = 3V_1$ となる。（(イ) ⑪）

電場の強さが変わっていないのだから、極板にかかる力も変わらない（力は $\frac{E_1}{2}Q$）（(ロ) ③）

コンデンサーに蓄えられるエネルギーは

$U_1 = \frac{1}{2}QV_1$ から $\frac{1}{2}Q\cdot 3V_1$ $(=3U_1)$ へと変化するので必要な仕事は $2U_1$　（(ハ) ⑩）

[3] 誘電体の挿入されていない部分の面積は $\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2$ で、これは全体の $\frac{1}{4}$。したがって、

この部分を1つのコンデンサーと考えると その容量は $\frac{1}{4}C_1$

誘電体が挿入された部分の面積は全体の $\frac{3}{4}$ だから、この部分を1つのコンデンサーと考えると

その容量は $\frac{3}{4}\times\frac{5}{3}\times C_1 = \frac{5}{4}C_1$

以上の2つのコンデンサーが並列につながっているので合成容量は $\frac{1}{4}C_1 + \frac{5}{4}C_1 = \frac{3}{2}C_1$ （(ニ) ⑧）

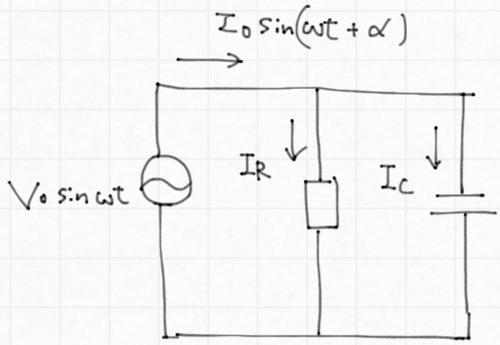
$V_1 = \frac{Q}{\frac{3}{2}C_1} = \frac{2Q}{3C_1} = \frac{2}{3}V_1$　（(ホ) ⑥）

電位差が $V_1 \to \frac{2}{3}V_1$ に変わっている（間隔は変わっていない）ので電場の強さは $\frac{2}{3}E_1$ （(ヘ) ⑥）

[4] $R = \rho\frac{d}{\pi r^2\times\frac{3}{4}} = \frac{4\rho d}{3\pi r^2}$　(お)

抵抗を流れる電流は電圧と同位相

$I_R = \frac{V}{R} = \frac{3\pi r^2}{4\rho d}V_0 \sin\omega t$



コンデンサーを流れる電流は電圧より $\frac{\pi}{2}$ すすんでいる

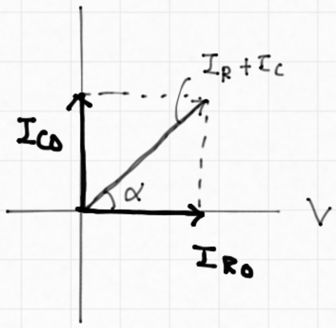
電流の最大値を I_{C0} とすると

$$I_{C0} = \frac{V_0}{\frac{1}{\omega\frac{1}{4}C_1}} = \frac{1}{4}\omega C_1 V_0 = \frac{\omega r^2 V_0}{16kd}$$

これを用いて

$$I_C = \frac{\omega r^2 V_0}{16kd}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\omega r^2 V_0}{16kd}\cos\omega t$$

右図より $\tan\alpha = \dfrac{\frac{\omega \cancel{r^2} \cancel{V_0}}{4\cdot 16k\cancel{d}}}{\frac{3\pi\cancel{r^2}}{\cancel{4}\rho\cancel{d}}\cancel{V_0}} = \frac{\omega\rho}{12\pi k}$



3

[1] pA (あ) (N)

[2] $T_1 = \frac{2pAh}{R} = 2T$ ⑧ (A)

$Q = \frac{3}{2}R(T_1 - T) = 3pAh - \frac{3}{2}pAh = \frac{3}{2}pAh$ (い)

[3] $W = \Delta U = pA(x-h)$ (う)

$\frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}pAx - 3pAh$

$= \frac{3}{2}pA(x-2h)$ (え)

$0 = W + \frac{3}{2}R(T_2 - T_1)$ より

$\cancel{pA}(x-h) + \frac{3}{2}\cancel{pA}(x-2h) = 0$

$\therefore\ x = \frac{8}{5}h$ ⑥ (B)

$pAh = 1\cdot R\cdot T$

定積 ↓ $Q = 0 + \frac{3}{2}R(T_1 - T)$

(状態1) $2pAh = 1\cdot R\cdot T_1$

断熱 ↓ $0 = W + \frac{3}{2}R(T_2 - T_1)$

$W = \Delta U = pA(x-h)$

$pAx = 1\cdot R\cdot T_2$

断熱 ↓ $0 = W + \frac{3}{2}R(T_3 - T_2)$

$p(Ax)^{\frac{5}{3}} = p_3(Ah)^{\frac{5}{3}}$

$p_3 Ah = 1\cdot R\cdot T_3$

定積 ↓ $Q_2 = 0 + \frac{3}{2}R(T_1 - T_3)$

(状態1)

$p(Ax)^{\frac{5}{3}} = p_3(Ah)^{\frac{5}{3}}$ より

$p_3 = p\left(\frac{x}{h}\right)^{\frac{5}{3}}$ $\alpha = \frac{5}{3}$ (お)

$\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{5}{3}} = \frac{1}{5}\times\frac{2^5}{5^{\frac{2}{3}}} = \frac{32}{5\times 2.9} > 2$ ∴ $2p$よりも大きい

① (C)

ポアソンの法則をボイルシャルルの法則で割る

$$\frac{(\text{圧力})\times(\text{体積})^{\frac{5}{3}}}{\frac{(\text{圧力})\times(\text{体積})}{(\text{絶対温度})}} = (\text{絶対温度})\times(\text{体積})^{\frac{2}{3}} = \text{一定}$$

これを用いて $T_2(Ax)^{\frac{2}{3}} = T_3(Ah^{\frac{2}{3}})$ $T_3 = T_2\left(\frac{x}{h}\right)^{\frac{2}{3}}$ $\beta = \frac{2}{3}$ (か)

$\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{2^2}{5^{\frac{2}{3}}} = \frac{4}{2.9}$ $T_3 = \frac{4}{2.9}T_2$

また、$2pAh = 1\cdot R\cdot T_1$ および $pAx = 1\cdot R\cdot T_2$ より

$T_2 = \frac{pAx}{R} = \frac{x}{2h}T_1 = \frac{1}{2}\times\frac{8}{5}T_1 = \frac{4}{5}T_1$ なので $T_3 = \frac{4}{2.9}\times\frac{4}{5}T_1 = \frac{16}{14.5}T_1 > T_1$

T_3はT_1よりも大きい ① (D)

[5] $Q_2 = \frac{3}{2}R(T_1 - T_3)$

$= \frac{3}{2}RT_1 - \frac{3}{2}RT_2\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}RT_1 - \frac{3}{2}R\cdot\frac{4}{5}T_1\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{2}{3}}$

また[2]より $RT_1 = 2pAh = \frac{4}{3}Q$ だから

$Q_2 = 2Q - \frac{\cancel{6}^{\,2}}{5}\cdot\frac{4}{\cancel{3}}Q\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{2}{3}} = 2Q - \left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{5}{3}}Q = \left(2 - \left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{5}{3}}\right)Q$

$T_3 > T_1$ だから $Q_2 < 0$

移動した熱量は $|Q_2| = -Q_2 = \left(\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{5}{3}} - 2\right)Q$ ⑬