東京工芸大学・工学部

(1) $x = 0.\dot{1}3\dot{5}$

$$\begin{array}{rrl} & 1000x &= 135.135\cdots \\ -) & x &= 0.135\cdots \\ \hline & 999x &= 135 \end{array}$$

$x = \dfrac{135}{999} = \dfrac{15}{111} = \mathbf{\dfrac{5}{37}}$

$y = 2.\dot{2}\dot{7}$

$$\begin{array}{rrl} & 100y &= 227.27\cdots \\ -) & y &= 2.27\cdots \\ \hline & 99y &= 225 \end{array}$$

$y = \dfrac{225}{99} = \mathbf{\dfrac{25}{11}}$

(2) $\sin A = \sqrt{1-\cos^2 A} = \sqrt{1-\dfrac{9}{16}} = \mathbf{\dfrac{\sqrt{7}}{4}}$　$(\because A < 90^\circ)$

$\tan(180^\circ - A) = -\tan A = -\dfrac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{\frac{3}{4}} = \mathbf{-\dfrac{\sqrt{7}}{3}}$

(3) 選び方は $4!$ 通り. その中で全員が正しいのは1つ　$\dfrac{1}{4!} = \mathbf{\dfrac{1}{24}}$

3人が自分の名前を選ぶことはない

2人が自分の名前を選ぶのは　${}_4C_2 \times 1 = 6$通り

1人が自分の名前を選ぶのは　${}_4C_1 \times 2 = 8$通り

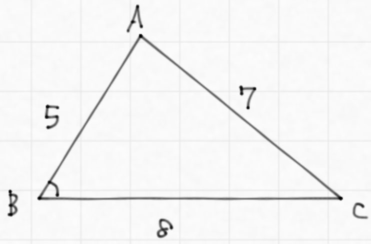
（3人で3人ともちがうのは

A	B	C
B	C	A
C	A	B

）

余事象で.　$\dfrac{24-6-8-1}{24} = \dfrac{9}{24} = \mathbf{\dfrac{3}{8}}$

(4)



$\cos\angle B = \dfrac{5^2+8^2-7^2}{2\cdot5\cdot8} = \dfrac{1}{2}$　$\angle B = \mathbf{60^\circ}$

$\triangle ABC = \dfrac{1}{2}\times5\times8\times\sin60^\circ = \mathbf{10\sqrt{3}}$

内接円半径を r とすると面積は　$\dfrac{1}{2}r(5+8+7) = 10\sqrt{3}$ より

$r = \mathbf{\sqrt{3}}$

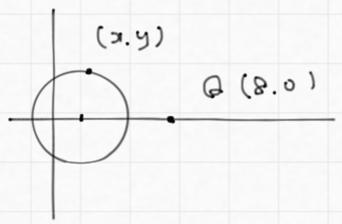
(5) $(3y-9)x^2 + (-4y^2+36)x + 16y^2 - 48y = 0$　$\therefore\ y = \mathbf{3}$

$(-4x+16)y^2 + (3x^2-48)y - 9x^2 + 36x = 0$　$\therefore\ x = \mathbf{4}$

$\dfrac{a}{2x-3} - \dfrac{b}{x+4} = \dfrac{ax+4a-2bx+3b}{(2x-3)(x+4)} = \dfrac{(a-2b)x+4a+3b}{2x^2+5x-12} = \dfrac{33}{2x^2+5x-12}$

$a-2b=0$ かつ　$4a+3b=33$　$\therefore\ a = \mathbf{6}$, $b = \mathbf{3}$

(6) $(x-2)^2 + y^2 = 4^2$　中心 $(\mathbf{2,0})$　半径 $\mathbf{4}$



中点を (X,Y) とすると　$\dfrac{x+8}{2} = X$, $\dfrac{y+0}{2} = Y$

$x = 2X-8$, $y = 2Y$

これらを Aの式に代入　$(2X-10)^2 + 4Y^2 = 16 \iff (X-5)^2 + Y^2 = 4$

中心 $(\mathbf{5,0})$, 半径 $\mathbf{2}$ の円上を動く

(7) 底 2 の対数をとる

$$x = y\log_2 3 = z\log_2 6 = z(1+\log_2 3)$$

$$x = y\log_2 3\ ,\quad x = z + z\log_2 3$$

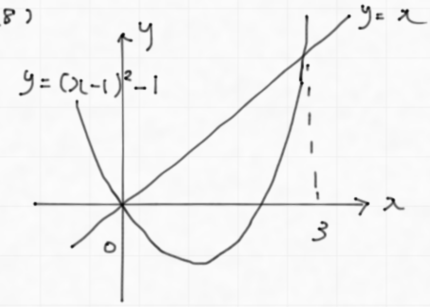
ア. 12,5 5 2

$$x = z + z\frac{x}{y} \iff \frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

$$\log_{10} 18^{20} = 20\log_{10}18 = 20(\log_{10}2 + 2\log_{10}3) = 20(0.3010 + 0.9542) = 25.104$$

$$18^{20} = 10^{0.104} \times 10^{25}$$ … **26 桁**

(8)



$(x-1)^2 - 1 = x$ を解くと $x^2 - 3x = 0$ $x = 0, 3$

$$S = \frac{1}{6}(3-0)^3 = \mathbf{\frac{9}{2}}$$

(9) $a_n = a + (n-1)d$ とする.

$$\frac{a + a + 7d}{2} \times 8 = 44 \iff 2a + 7d = 11$$

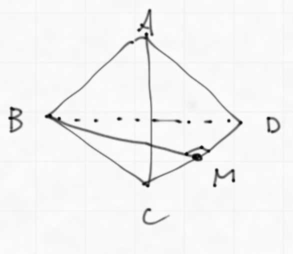
$$\frac{a + a + 14d}{2} \times 15 = -75 \iff 2a + 14d = -10$$

$d = -3,\ a = 16$ $a_n = 16 - 3(n-1) = \mathbf{-3n+19}$

$a_n > 0$ を解くと $n < \frac{19}{3} = 6.\cdots$

$a_1 \sim a_6$ は正 $a_7 \sim$ は負 なので. 第 **6** 項までの和が最大 $\frac{16+1}{2} \times 6 = \mathbf{51}$

(10)



$$CD = \sqrt{(1-3)^2 + (-3-1)^2 + (6-8)^2} = 2\sqrt{6}$$

$\vec{OM} = (2, -1, 7)$ $\vec{BM} = (3, -4, 5)$ $|\vec{BM}| = \sqrt{9+16+25} = 5\sqrt{2}$

$$\triangle BCD = CD \times |\vec{BM}| \times \frac{1}{2} = \mathbf{10\sqrt{3}}$$

$\vec{BC} = (4, -2, 6)$ $\vec{BD} = (2, -6, 4)$

この両方に垂直なベクトルとして $(7, -1, -5)$

Bを通り. このベクトルを法線ベクトルとする平面は $7(x+1) - (y-3) - 5(z-2) = 0$

$$7x - y - 5z + 20 = 0$$

A(6, 2, 3) からこの平面までの距離をhとすると $h = \frac{|42 - 2 - 15 + 20|}{\sqrt{7^2 + 1 + 25}} = \frac{45}{5\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}}$

ABCDの体積は $\frac{1}{3} \times 10\sqrt{3} \times \frac{9}{\sqrt{3}} = \mathbf{30}$