摂南大学2023 2科目型 2/8

1 問1 $\dfrac{6}{\sqrt{20}+\sqrt{23}}+\dfrac{6}{\sqrt{20}-\sqrt{23}}=\dfrac{6(\sqrt{20}-\sqrt{23}+\sqrt{20}+\sqrt{23})}{(\sqrt{20}+\sqrt{23})(\sqrt{20}-\sqrt{23})}=-8\sqrt{5}$

$2\times\left(1\times1+6\times\frac{1}{2}+\frac{6\cdot5}{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right)+\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2}\times(-1)=-27$

ア 8　イ 5　ウ 2　エ 7　オ 5

問2 $S=$ 長方形ABCD $-\triangle ABE=x(3-x)-\frac{1}{2}\times x\times\frac{x}{2}=-\frac{5}{4}x^2+3x$

$S=\frac{23}{20}\iff 25x^2-60x+23=0\iff x=\frac{6\pm\sqrt{13}}{5}$

$0<x\leqq\frac{3}{2}$ を満たすのは $x=\frac{6-\sqrt{13}}{5}=\frac{6}{5}-\frac{\sqrt{13}}{5}$

$S=-\frac{5}{4}\left(x-\frac{6}{5}\right)^2+\frac{9}{5}$ だから $x=\frac{6}{5}$ で最大 $\frac{9}{5}$

カ 4　キ 3　ク 6　ケ 5　コ 1　サ 3　シ 5　ス 6　セ 5　ソ 9　タ 5

問3 $P(A)=\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{4}$

Bについて
$a+b=2$ のとき　$c=2.4.6$　$1\times3=3$
$a+b=3$ 〃　$c=3.6$　$2\times2=4$
$a+b=4$ 〃　$c=4$　$3\times1=3$
$a+b=5$ 〃　$c=5$　$4\times1=4$
$a+b=6$ 〃　$c=6$　$5\times1=5$
$a+b\geqq7$ 〃　起こらない.　0

計 19　　$\frac{19}{6^3}=\frac{19}{216}$

上記のうち. a.b ともに奇数となるのは
$a+b=2$ のとき　$c=2.4.6$　$1\times3=3$
$a+b=4$ 〃　$c=4$　$2\times1=2$
$a+b=6$ 〃　$c=6$　$3\times1=3$

計 8

$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\cancel{\frac{8}{216}}\ \frac{1}{27}}{\frac{1}{4}}=\frac{4}{27}$

チ 1　ツ 4　テ 1　ト 9　ナ 2　ニ 1　ヌ 6　ネ 4　ノ 2　ハ 7

問4　余弦定理　$BC^2 = 2^2 + 1^2 - 2\cdot 1\cdot \cos 120°$ より　$BC = \sqrt{7}$

$AM = \sin 60° \times AB = BC \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\angle DCB = \dfrac{1^2 + \sqrt{7}^2 - 2^2}{2\cdot 1\cdot \sqrt{7}} = \dfrac{4}{2\sqrt{7}} = \dfrac{2}{\sqrt{7}}$　　$CH = CD\cos\angle DCB = \dfrac{2}{\sqrt{7}}$

$MH = BC - BM - CH = \sqrt{7} - \dfrac{\sqrt{7}}{2} - \dfrac{2}{\sqrt{7}} = \dfrac{14-7-4}{14}\sqrt{7} = \dfrac{3}{14}\sqrt{7} = \dfrac{3}{14}BC$

$\sin\angle DCB = \sqrt{1 - \left(\dfrac{2}{\sqrt{7}}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

$DH = DC\sin\angle DCB = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$，$AM = \sqrt{7}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ だから　$\dfrac{DH}{AM} = \dfrac{\frac{\sqrt{21}}{7}}{\frac{\sqrt{21}}{2}} = \dfrac{2}{7}$　$\therefore DH = \dfrac{2}{7}AM$

$\cos\angle DBH = \dfrac{BH}{2} = \dfrac{\frac{3}{14}BC + \frac{1}{2}BC}{2} = \dfrac{5}{14}\sqrt{7}$．$\sin\angle DBH = \dfrac{DH}{2} = \dfrac{\sqrt{21}}{14}$

$\sin\angle DBA = \sin(60° - \angle DBH) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{5}{14}\sqrt{7} - \dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{21}}{14} = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$

DからABに下ろした垂線の長さは $BD\times\sin\angle DBA = \dfrac{2}{7}\sqrt{21}$

$\sin\angle DCA = \sin(60° - \angle DCH) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{7}} - \dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{21}}{14}$

DからCAに下ろした垂線の長さは　$CD\sin\angle DCA = \dfrac{\sqrt{21}}{14}$

$\triangle ABD : \triangle BCD : \triangle CAD = \dfrac{2}{7}\sqrt{21} : \dfrac{\sqrt{21}}{7} : \dfrac{\sqrt{21}}{14} = 4:2:1$

$\triangle ADB = \dfrac{4}{7}\triangle ABC$　，$\triangle ADC = \dfrac{1}{7}\triangle ABC$

ヒ **7**　フ **3**　ヘ **2**　ホ **3**　マ **1**　ミ **4**　ム **2**　メ **7**　モ **4**　ヤ **7**　ユ **1**　ヨ **7**

問5　x, y が有理数 $\underset{\times}{\overset{\bigcirc}{\rightleftarrows}}$ $x+y$，xy が有理数

反例 $\left(\begin{array}{l} x+y=-1, \\ xy=-1 \end{array}\right)$　　十分条件であるが必要条件ではない　**(3)**

2進法の2桁が4進法の1桁と対応する

2進法の最初の2桁　　$10_{(2)} \to 2_{(4)}$

$11_{(2)} \to 3_{(4)}$　　十分だが必要ではない

$01_{(2)} \leftarrow 1_{(4)}$　…反例　　**(3)**

中央値が0のデータとして　$-1\ -1\ 0\ 1\ 2$　→　平均は0でない

平均が0の　〃　　$-1\ -1\ -1\ -1\ 4$　→　中央値は-1

必要でも十分でもない　**(4)**

ラ **3**　リ **3**　ル **4**

11

問1 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow (x-4)(y-4)=16$

$x<y$ の自然数 $(x-4,\ y-4)=(1,16),\ (2,8)$

$(x,y)=(5,20),\ (6,12)$

問2 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5} \Leftrightarrow (x-5)(y-5)=5^2$

$(x-5,\ y-5)=(1,25)$ $(x,y)=(6,30)$

問3 $(x-2023^2)(y-2023^2)=2023^4=7^4\times17^8$

$7^4\cdot17^8$ の約数は $(4+1)(8+1)=45$ コあるが、

$x-2023^2<y-2023^2$ となる組みあわせは $\frac{45-1}{2}=22$ 通り

ア 1 イ 6 ウ 5 エ 2 オ 0 カ 6 キ 1 ク 2 ケ 6 コ 3 サ 0 シ 2 ス 2