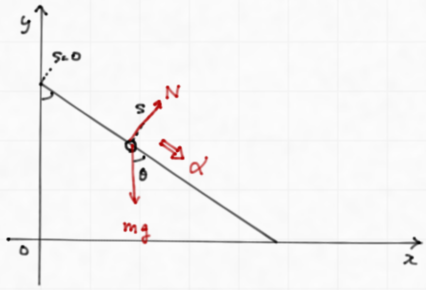
1

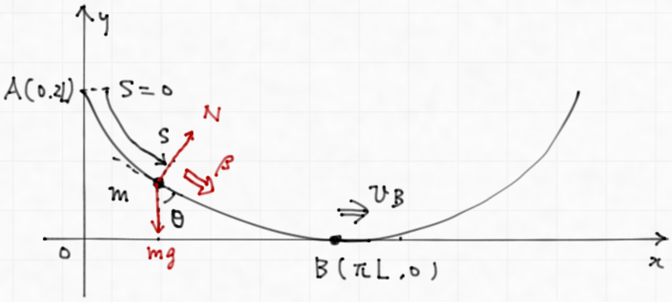
問1 (1) $m\alpha = mg\cos\theta$




(2) $\alpha = g\cos\theta$ , $\cos\theta = \dfrac{2}{\sqrt{\pi^2+2^2}}$

$AB = \sqrt{(\pi L)^2+(2L)^2} = \dfrac{1}{2}\alpha t^2$ より

$t = \sqrt{\dfrac{2L\sqrt{\pi^2+4}}{g\cos\theta}} = \sqrt{\dfrac{L(\pi^2+4)}{g}}$




問2 (1) $m\beta = mg\cos\theta$

(2) $s = 4L(1-\cos\theta)$ より $\cos\theta = 1-\dfrac{s}{4L}$

$mg\cos\theta = mg - \dfrac{s}{4L}mg$

(3) $m\beta = -\dfrac{mg}{4L}(s-4L)$ … 復元力

$= -m(s-4L)\omega^2$ より $\omega = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{g}{L}}$ （ωは角振動数）

周期 $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 4\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$

(4) $\dfrac{1}{4}T \div \sqrt{\dfrac{L(\pi^2+4)}{g}} = \pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}\sqrt{\dfrac{g}{L(\pi^2+4)}} = \dfrac{\pi}{\sqrt{\pi^2+4}}$ 倍

(5) 垂直抗力は仕事をしないのでエネルギーが保存する　$\dfrac{1}{2}mv_B^2 = mg\cdot 2L$　$v_B = 2\sqrt{gL}$

問3 (1) BCの曲線はABと同じ形で、問2(3)で考察したように周期は質量によらないので質量2mの物体は中心B、周期 $4\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ の単振動を行う。したがって衝突するのは $\dfrac{1}{4}$ 周期後となるので

$\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ のとき。

(2) 質量2mの物体が最初に持っている位置エネルギーは $2m\cdot gL$ だから衝突時の速さを $v_B'$ として $\dfrac{1}{2}\cdot 2m\,v_B'^2 = 2m\cdot g\cdot L$ より $v_B' = \sqrt{2gL}$

衝突前
m　2m
⇒　⇐
$2\sqrt{gL}$　$\sqrt{2gL}$

衝突後
⇒ V

運動量保存

$m\times 2\sqrt{gL} + 2m(-\sqrt{2gL}) = (m+2m)V$ より

$V = \dfrac{(2-2\sqrt{2})\sqrt{gL}}{3} = \dfrac{2}{3}(1-\sqrt{2})\sqrt{gL} < 0$

hまで登ったとするとエネルギー保存より

$\dfrac{1}{2}\cancel{(m+2m)}V^2 = \cancel{(m+2m)}gh$

$h = \dfrac{1}{2\cancel{g}}\times\dfrac{\cancel{4}^{\,2}}{9}(1-\sqrt{2})^2\cancel{g}L = \dfrac{2(1-\sqrt{2})^2}{9}L$

2

問1 (1) $C(d)=\varepsilon_0\frac{S}{d}$ だから $d$に反比例する ③

(2) $\Delta Q = I\Delta t$ より $I=\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ したがって Qが極大または極小となったとき、$I=0$となっている
電流が逆流を始めるときが電気量が最大のときと考えられるので電流が正から負に転じる $t=\frac{\pi}{\omega}$
のときが電気量が最大のときである。 $t_1=\frac{\pi}{\omega}$

| $t$ | … | $\frac{\pi}{\omega}$ | … |
|---|---|---|---|
| $I$ | + | 0 | − |
| $Q$ | ↗ | | ↘ |

$I=I_0\sin\omega t$ より $Q=\int I\,dt = -I_0\frac{1}{\omega}\cos\omega t$

Qの最大値は $\frac{I_0}{\omega}$

(次の(3)の$V_1$を用いて Qの最大値は $C(d)\times V_1=\frac{I_0}{\omega}$ とした方が良いと思うが
ここでは順序がおかしくなるので、上のように解答した)

(3) リアクタンスを用いる $V_1 = I_0\frac{1}{\omega C(d)} = \frac{I_0}{\omega C(d)}$

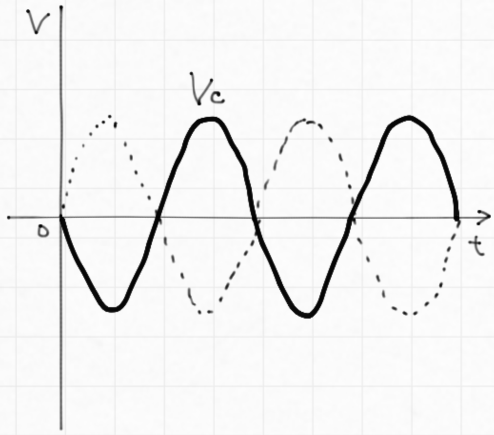
問2 (1) (ア) $B=\mu_0 H = \mu_0\frac{N}{a}I = \frac{\mu_0 NI}{a}$ (イ) $\phi = BS = \frac{\mu_0 NIS}{a}$

(ウ) $v=\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\mu_0 NS}{a}\frac{\Delta I}{\Delta t}$

(エ) $V=-Nv = -\frac{\mu_0 N^2 S}{a}\frac{\Delta I}{\Delta t} \equiv -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$ より $L=\frac{\mu_0 N^2 S}{a}$

(2) リアクタンスは$\omega L$だから $\omega L I_0$

問3 (1) $\omega_1$で電流の振幅が最大となっていることからこの角周波数で共振していることが分かる。したがって、$V_C$と$V_L$の振幅が等しく逆位相となっていることが読みとれる




(2) $\omega_1 L I_0 = \frac{I_0}{\omega_1 C(d_1)}$ より $\omega_1=\frac{1}{\sqrt{LC(d_1)}}$

(3) $\omega_2 L I_0 = \frac{I_0}{\omega_2 C(d_2)}$ より $\omega_2=\frac{1}{\sqrt{LC(d_2)}}$

これと(2)の結果を辺々割って $\frac{\omega_1}{\omega_2}=\sqrt{\frac{C(d_2)}{C(d_1)}}$

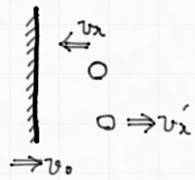
$C(d_2)=\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 C(d_1)$

静電容量は極板間隔に反比例するので $\frac{1}{d_2}=\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2\frac{1}{d_1}$ $\therefore\ d_2=d_1\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2$

(4) 回路のインピーダンス $Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ を小さくすればよいので

**抵抗の抵抗値を小さくする**（12字）

3




問1 ア $\frac{v_x'-v_0}{-v_x-v_0}=-1$ $\quad v_x' = v_x+2v_0$

イ $v_x' = v_x + \cancel{2v_0}\times\frac{\Delta x\, v_x}{\cancel{2v_0}L} = \left(1+\frac{\Delta x}{L}\right)v_x$

ウ $v_x'^2 = \left(1+\frac{\Delta x}{L}\right)^2 v_x^2 \fallingdotseq \left(1+2\cdot\frac{\Delta x}{L}\right)v_x^2 = \left(1+\frac{2\Delta x}{L}\right)\left(\frac{\overline{v^2}}{3}\right)$ $\quad \left(\because\ \overline{v_x^2}=\frac{1}{3}\overline{v^2}\right)$

エ $\left(\frac{1}{2}m\overline{v'^2}-\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right)N = \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}m\cdot\frac{\cancel{2}\Delta x}{L}\left(\frac{\overline{v^2}}{3}\right)N = \frac{mN\Delta x}{3L}\overline{v^2}$

オ
カ

圧縮前 $PSL = \frac{2}{3}\times\frac{1}{2}m\overline{v^2}\times N$

圧縮後 $(P+\Delta P)S(L-\Delta x) = \frac{2}{3}\times\frac{1}{2}m\left(\overline{v^2}+\frac{2\Delta x}{3L}\overline{v^2}\right)\times N$

①式左辺の変化量 $= (P+\Delta P)S(L-\Delta x) - PSL \fallingdotseq -PS\Delta x+\Delta PSL = \overset{オ}{SL}\times\Delta P - \overset{カ}{PS}\times\Delta x$

キ $SL\Delta P - PS\Delta x = \frac{\cancel{2}}{3}\times\frac{1}{\cancel{2}}m\frac{2\Delta x}{3L}\overline{v^2}N$

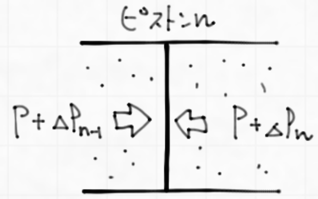
$SL\Delta P = \frac{2m\Delta x}{9L}\overline{v^2}N + PS\Delta x$

$\frac{\Delta P}{P} = \frac{2m\Delta x\overline{v^2}N}{9L^2SP}+\frac{\Delta x}{L} = \left(\frac{2m\overline{v^2}N}{9LSP}+1\right)\frac{\Delta x}{L}$

ここで気体の圧力 $P$ について、1つの分子が1回の衝突でピストン0に与える力積は $2mv_x$
往復に要する時間は $\frac{2L}{v_x}$ だから1秒間に与える力積は $2mv_x\times\frac{v_x}{2L}=\frac{mv_x^2}{L}$ となる.
したがって1つの分子がピストンを押す平均の力は $\frac{mv_x^2}{L}$ で、Nコの分子で $\frac{m\overline{v_x^2}}{L}\times N$ となる.
よって圧力 $P$ は $P=\frac{m\overline{v_x^2}}{L}N\times\frac{1}{S}=\frac{mN}{SL}\left(\frac{\overline{v^2}}{3}\right)$ となる. これを上式に代入すると

$\frac{\Delta P}{P} = \left(\frac{2}{3}+1\right)\frac{\Delta x}{L} = \frac{5}{3}\frac{\Delta x}{L}$

問2 ク $(P+\Delta P_{n-1})\times S - (P+\Delta P_n)\times S = (\Delta P_{n-1}-\Delta P_n)S$




ケ $(\Delta P_{n-1}-\Delta P_n)S = -\frac{P\gamma}{L}\left\{(x_n-x_{n-1})-(x_{n+1}-x_n)\right\}S$

$= -\frac{PS\gamma}{L}(-x_{n+1}+2x_n-x_{n-1})$

$Nma_n = (\Delta P_{n-1}-\Delta P_n)S$

$= \frac{PS\gamma}{L}(x_{n+1}-2x_n+x_{n-1})$

コ $x_{n+1}-2x_n+x_{n-1} = A\sin\left(\omega t-\frac{2\pi(n+1)L}{\lambda}\right)-2A\sin\left(\omega t-\frac{2\pi nL}{\lambda}\right)+A\sin\left(\omega t-\frac{2\pi(n-1)L}{\lambda}\right)$

$= 2A\sin\frac{\omega t-\frac{2\pi(n+1)L}{\lambda}+\omega t-\frac{2\pi(n-1)L}{\lambda}}{2}\cos\frac{\omega t-\frac{2\pi(n+1)L}{\lambda}-\omega t+\frac{2\pi(n-1)L}{\lambda}}{2}-2A\sin\left(\omega t-\frac{2\pi nL}{\lambda}\right)$

$= 2A\sin\left(\omega t-\frac{2\pi nL}{\lambda}\right)\cos\frac{2\pi L}{\lambda}-2A\sin\left(\omega t-\frac{2\pi nL}{\lambda}\right)$

$$= 2A\sin\left(\omega t - \frac{2\pi nL}{\lambda}\right)\left(\cos\frac{2\pi L}{\lambda} - 1\right) = 2\left\{\cos\left(\frac{2\pi L}{\lambda}\right) - 1\right\} x_n$$

(サ) $$Nm\, a_n = \frac{PS\gamma}{L} \times 2\left(\cos\frac{2\pi L}{\lambda} - 1\right) x_n$$

$$= \frac{PS\gamma}{L} \times 2 \times \left(-2\sin^2\frac{\frac{2\pi L}{\lambda}}{2}\right) x_n$$

$$= -4\left(\frac{PS\gamma}{L}\right) \times \sin^2\left(\frac{\frac{2\pi L}{\lambda}}{2}\right) \times x_n$$

$$\fallingdotseq -4\,\frac{PS\gamma}{L}\left(\frac{\pi L}{\lambda}\right)^2 \cdot x_n$$

$$= -(Nm)\, x_m \cdot \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4PS\gamma}{L}\left(\frac{\pi L}{\lambda}\right)^2 \times \frac{1}{Nm}} = \frac{2\pi L}{\lambda}\sqrt{\frac{PS\gamma}{LNm}}$$

よって周期は $\frac{2\pi}{\omega} = \frac{\lambda}{L}\sqrt{\frac{LNm}{PS\gamma}}$

波長は $\lambda$ なので 音速 $V$ は　　$V = \frac{\lambda}{T} = \cancel{\lambda} \times \frac{L}{\cancel{\lambda}}\sqrt{\frac{PS\gamma}{LNm}} = \sqrt{\frac{PSL\gamma}{Nm}}$