# 岡山理科大2022 一般 1/31

## 1

(1) 余事象を考える。aもbも3の倍数でないのは 1, 2, 4, 5の4通りずつあるので

$$1-\left(\frac{4}{6}\right)^2=\frac{5}{9}$$

(2) ABの距離は $\sqrt{(1+2)^2+(3+1)^2}=5$

したがって $a+b=5$ となるとき、2つの円は外接する。

$(a, b)=(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$ だから $\frac{4}{6^2}=\frac{1}{9}$

(3) $a^2+b^2<7^2=49$ となればよい

| $a^2$ \ $b^2$ | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 5 | 10 | 17 | 26 | 37 |
| 4 | 5 | 16 | 13 | 20 | 29 | 40 |
| 9 | 10 | 13 | 18 | 25 | 34 | 45 |
| 16 | 17 | 20 | 25 | 32 | 41 | 52 |
| 25 | 26 | 29 | 34 | 41 | 50 | 61 |
| 36 | 37 | 40 | 45 | 52 | 61 | 72 |

$\frac{30}{6^2}=\frac{5}{6}$

## 2

(1) $y=a(x-3)^2+5$ が $(5, -3)$ を通るので

$-3=4a+5$ $a=-2$ $\therefore$ $y=-2(x-3)^2+5$

(2) $y-(-4)=3(x-3)^2+12(x-3)+8$

$y=3x^2-6x-5$

(3) $y=ax^2+bx+c$ として $(a\neq 0)$

$(-1, 11)$ を通るので $11=a-b+c$

$(0, 5)$ 〃 $5=c$ $a-b=6$

$y=ax^2+(a-6)x+5$

これと $y=4x-3$ を連立

$4x-3=ax^2+(a-6)x+5$

$ax^2+(a-10)x+8=0$

判別式をDとして $D=(a-10)^2-4\cdot a\cdot 8=a^2-52a+100=0$ $(a-50)(a-2)=0$

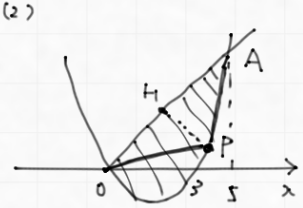
$a=2, 50$ $\therefore$ $y=2x^2-4x+5$ または $y=50x^2+44x+5$

3

(1) Cとlを連立　$x^2-3x=2x \iff x(x-5)=0$　　$x=0, 5$

Aの座標は　$(5, 10)$

(2)




$$S=\int_0^5 \left(2x-(x^2-3x)\right)dx = \frac{1}{6}(5-0)^3 = \frac{125}{6}$$

(3) $P(t, t^2-3t)$ と　$2x-y=0$ との距離をもとめる

$$PH = \frac{|2t-t^2+3t|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}\left|t(t-5)\right|$$　　$0<t<5$ だから　$t(t-5)<0$

$$\therefore\ L=\frac{1}{\sqrt{5}}t(5-t)$$

(4) $S_1+S_2$ = (2)の面積 − △OAPの面積

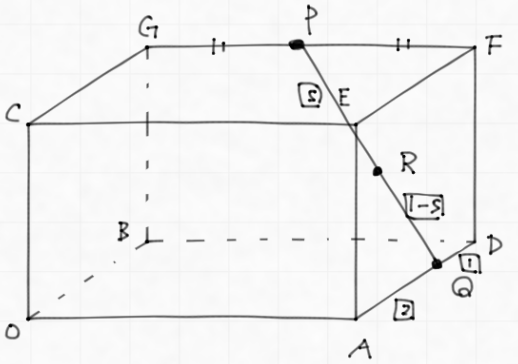
だから△OAPの面積が最大となるとき $S_1+S_2$ が最小

OAを底辺とするとPHが高さと考えられるので PHが最大のとき △OAPの面積も最大

$$L=\frac{1}{\sqrt{5}}\left\{-\left(t-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{4}\right\}$$

$t=\frac{5}{2}$ で Lは最大なので　$t=\frac{5}{2}$ のとき $S_1+S_2$ は最小となる

4




(1) $\vec{OP} = \vec{OB} + \vec{BG} + \vec{GP} = \vec{b} + \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{a}$

$\vec{OQ} = \vec{OA} + \vec{AQ} = \vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$

$\vec{OR} = \frac{1}{2}(\vec{OP} + \vec{OQ}) = \mathbf{\frac{3}{4}\vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}}$

(2) RがPQをs:1-sに内分するものとして

$$\vec{OR} = s\left(\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}\right) + (1-s)\left(\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}s\right)\vec{a} + \left(1 - \frac{1}{3}s\right)\vec{b} + (1-s)\vec{c}$$

$\vec{OR}$の延長がDFと交わる点がSだから.

$$\begin{cases} \vec{OS} = k\vec{OR} = k\left\{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}s\right)\vec{a} + \left(1 - \frac{1}{3}s\right)\vec{b} + (1-s)\vec{c}\right\} & \cdots ① \\ \vec{OS} = \vec{a} + \vec{b} + l\vec{c} & \cdots ② \end{cases}$$

①②より. $\frac{1}{2}(1+s)k = 1$, $k\left(1 - \frac{1}{3}s\right) = 1$, $k(1-s) = l$

$(1+s)\frac{l}{1-s} = 2$, $(3-s)\frac{l}{1-s} = 3$

$\frac{1+s}{\cancel{1-s}} \times \frac{\cancel{1-s}}{3-s} = \frac{2}{3} \iff 3 + 3s = 6 - 2s \iff s = \frac{3}{5}$

このとき $l = \frac{1}{2}$ $k = \frac{5}{4}$

$\therefore$ $\vec{OR} = \mathbf{\frac{4}{5}\vec{a} + \frac{4}{5}\vec{b} + \frac{2}{5}\vec{c}}$

(3) $\vec{OS} = \vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$

$$\vec{AR}\cdot\vec{AS} = \left(\vec{OR} - \vec{a}\right)\cdot\left(\vec{OS} - \vec{a}\right) = \left(-\frac{1}{5}\vec{a} + \frac{4}{5}\vec{b} + \frac{2}{5}\vec{c}\right)\cdot\left(\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}\right)$$

$$= \frac{4}{5}|\vec{b}|^2 + \frac{1}{5}|\vec{c}|^2 = 1$$

5

(1) $0<\theta<\frac{\pi}{3}$ のとき　$0<3\theta<\pi$ だから　$3\theta=\frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi$　　$\theta=\frac{\pi}{18},\ \frac{5}{18}\pi$

(2) $\cos\left(\frac{\pi}{2}-2\theta\right)=\sin 2\theta=\sin 3\theta$

$2\theta=3\theta+2\pi\times k,\quad \pi-3\theta+2\pi+k$　　（$k$は整数）

$\theta=-2\pi k\quad,\quad \theta=\frac{\pi}{5}+\frac{2}{5}\pi k$

$0<\theta<\frac{\pi}{2}$ を満たすのは　$\theta=\frac{\pi}{5}$

(3) $f(x)=\sin\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x+\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$

$\sin\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$は一定値だから　$\cos\left(x+\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=1$ のとき $f(x)$は最大

$x=\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}$　　$\left(0\leqq\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}<\frac{\pi}{4}\right)$

このとき $f(x)=\sin\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$