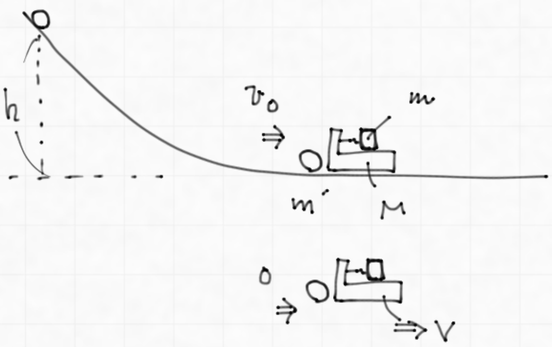
同志社大2023

1

エネルギー保存 $m'gh = \frac{1}{2}m'v_0^2$

運動量保存 $m'v_0 = m'\times 0 + MV$

はねかえり $-e = \frac{0-V}{v_0-0}$

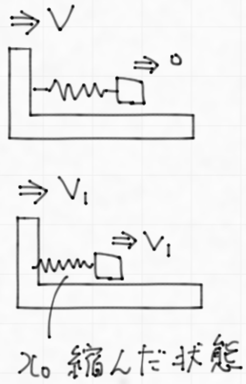


(ア) $v_0 = \frac{V}{e}$

(イ) $h = \frac{1}{2g}\left(\frac{V}{e}\right)^2 = \frac{V^2}{2ge^2}$

(ウ) $\frac{1}{2}m'v_0^2 - \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}\frac{MV}{\cancel{v_0}}\cdot v_0^{\cancel{2}} - \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}MV\left(\frac{V}{e}-V\right) = \frac{1-e}{2e}MV^2$

(エ) 最も縮んだとき、AとBの速度は同じ、縮み幅をx_0として



運動量保存 $MV = MV_1 + mV_1$

エネルギー保存 $\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}(M+m)V_1^2 + \frac{1}{2}kx_0^2$

$V_1 = \frac{M}{M+m}V$

(オ) $\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}\cancel{(M+m)}\times\frac{M^2}{(M+m)^{\cancel{2}}}V^2 = \frac{MmV^2}{2(M+m)}$

(カ) Aの速さが最小となるのは、ばねが自然長、Bの相対速度がVのとき.

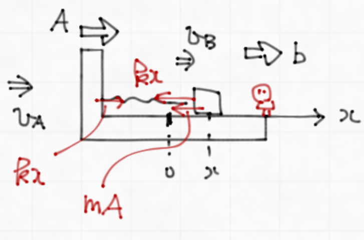
A,Bの速度を V_A, V_B として

運動量保存 $MV = MV_A + mV_B$

相対速度 $V_B - V_A = V$

$MV = MV_A + m(V+V_A)$ $\qquad V_A = \frac{M-m}{M+m}V$

(キ)(ク)(ケ)



右図のように設定する

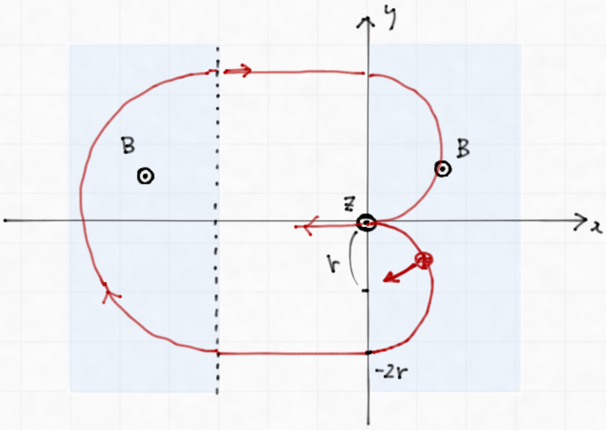
Aの運動方程式 $MA = kx$

Bの運動方程式 $mb = -kx - mA$

$A = \frac{k}{M}x$ (キ) $\qquad b = -\frac{k}{m}x - \frac{k}{M}x = -\frac{k(M+m)}{Mm}x$ (ク) $= -x\omega^2$

$\omega = \sqrt{\frac{k(M+m)}{Mm}}$, $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{Mm}{k(M+m)}}$ (ケ)

2



(ア) 領域3で円運動 $m\dfrac{v^2}{r} = qvB$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

境界面IIに達したときのy座標は

$$y = -2r = -\frac{2mv}{qB}$$

(イ) 境界面Iに達したときの速度をVとして.

$$\frac{1}{2}mv^2 + qEd = \frac{1}{2}mV^2$$

$$V = \sqrt{v^2 + \frac{2qEd}{m}}$$

(ウ) 領域1内で円運動 $m\dfrac{V^2}{r_2} = qVB$

$$r_2 = \frac{m}{qB}\sqrt{v^2 + \frac{2qEd}{m}}$$

境界面Iに達したときのy座標は $y = -2r + 2r_2 = \dfrac{2m}{qB}\left(\sqrt{v^2 + \dfrac{2qEd}{m}} - v\right)$

(エ) 領域3に戻ったときの速度はvに戻る.

したがって領域3内では再び半径rの円運動を行う. その後円運動を経て原点から領域2にもどるということは領域3に入ったときのy座標((ウ)の値)が2rと等しいことを示している

$$\frac{\cancel{2m}}{\cancel{qB}}\left(\sqrt{v^2 + \frac{2qEd}{m}} - v\right) = \frac{\cancel{2m}v}{\cancel{qB}} \iff \sqrt{v^2 + \frac{2qEd}{m}} = 2v$$

両辺2乗して $v^2 + \dfrac{2qEd}{m} = 4v^2 \iff E = \dfrac{3mv^2}{2qd}$

(オ) xy平面の運動のみを考えればよく, 円運動の周期は $\dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi m}{qB}$ だから その半分の $\dfrac{\pi m}{qB}$ (s)

(カ) z方向の加速度は $\dfrac{qE_z}{m}$ だから. z座標は $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{qE_z}{m}\right)\left(\dfrac{\pi m}{qB}\right)^2 = \dfrac{\pi^2 mE_z}{2qB^2}$

(キ) 領域2に入った時点でz方向の速度は $\dfrac{\cancel{q}E_z}{\cancel{m}} \times \dfrac{\pi \cancel{m}}{\cancel{q}B} = \dfrac{\pi E_z}{B}$

領域2を通過するのに要する時間をt_2とすると $vt_2 + \dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m}t_2^2 = d \iff 3v^2t_2^2 + 4dvt_2 - 4d^2 = 0$

$$\iff (3vt_2 - 2d)(v + 2d) = 0 \qquad \therefore\ t_2 = \frac{2d}{3v}$$

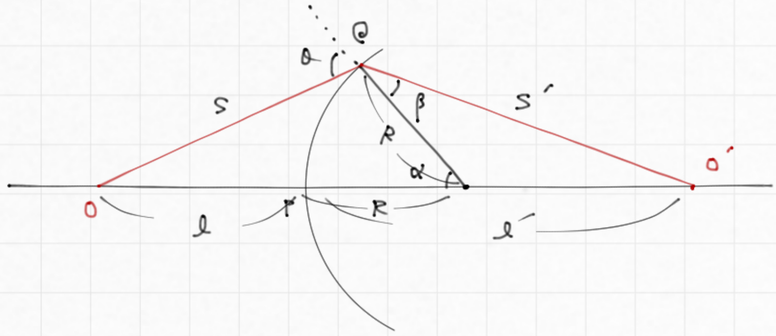
領域1に入った時点でz方向の速度は $\dfrac{\pi E_z}{B}$, z座標は $\dfrac{\pi^2 mE_z}{2qB^2} + \dfrac{\pi E_z}{B} \times \dfrac{2d}{3v}$

領域1のz方向は初速 $\dfrac{\pi E_z}{B}$ として加速度 $-\dfrac{2qE_z}{m}$ の加速度運動するので最高点までの時間をt_3として $\dfrac{\pi E_z}{B} - \dfrac{2qE_z}{m}t_3 = 0$ $\quad t_3 = \dfrac{\pi m}{2qB}$ $\quad$ z座標は

$$\left(\frac{\pi^2 mE_z}{2qB^2} + \frac{2\pi E_z d}{3vB}\right) + \frac{\pi E_z}{B}t_3 - \frac{1}{2}\left(\frac{2qE_z}{m}\right)t_3^2 = \frac{3\pi^2 mE_z}{4qB^2} + \frac{2\pi E_z d}{3vB}$$

(ク) $t_3 = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{2\pi r}{v}$ となっているのでちょうど半周したときで. $y = 0$

3



(ア) $\dfrac{\sin\theta}{\sin\beta} = \dfrac{n}{1}$ より $\sin\theta = \mathbf{n\sin\beta}$

(イ) △OQCで正弦定理

$$\frac{s}{\sin\alpha} = \frac{l+R}{\sin(\pi-\theta)}$$

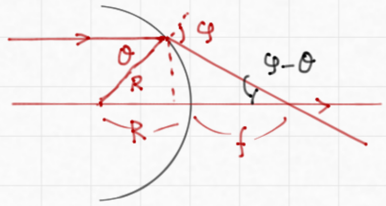
$$\frac{\sin\theta}{\sin\alpha} = \mathbf{\frac{l+R}{s}}$$

(ウ) △O'QCで正弦定理 $\dfrac{s'}{\sin(\pi-\alpha)} = \dfrac{l'-R}{\sin\beta}$ より $\sin\alpha = \dfrac{s'}{l'-R}\sin\beta$

$$n = \frac{\sin\theta}{\sin\beta} = \frac{1}{\sin\beta}\times\frac{l+R}{s}\sin\alpha = \frac{l+R}{s}\times\frac{s'}{l'-R} = \mathbf{\frac{(l+R)s'}{(l'-R)s}}$$

(エ) (ウ)で $l \fallingdotseq s$, $l' \fallingdotseq s'$ とすると $n \fallingdotseq \dfrac{(s+R)s'}{(s'-R)s} \Leftrightarrow nss' - nsR \fallingdotseq ss' + s'R$

両辺を $ss'R$ で割って $\dfrac{n}{R} - \dfrac{n}{s'} \fallingdotseq \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{s} \Leftrightarrow \dfrac{1}{s} + \dfrac{n}{s'} = \mathbf{\dfrac{n-1}{R}}$

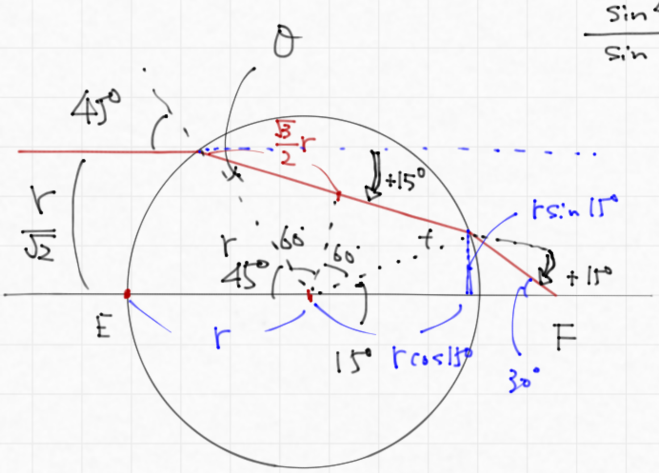


(オ) $\dfrac{\sin\theta}{\sin\varphi} = \dfrac{1}{n}$, $R\sin\theta \fallingdotseq f\sin(\varphi-\theta)$

$R\theta \fallingdotseq f(\varphi-\theta)$, $\varphi = n\theta$

$R\cancel{\theta} \fallingdotseq fn\cancel{\theta} - f\cancel{\theta} \Leftrightarrow f \fallingdotseq \mathbf{\dfrac{R}{n-1}}$

$\dfrac{\sin 45^\circ}{\sin\theta} = \dfrac{\sqrt{2}}{1}$ $\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ $\theta = 30^\circ$

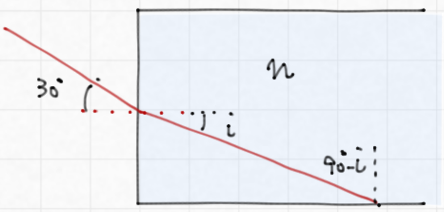


(カ) 左図より $EF = r + r\cos15^\circ + r\sin15^\circ\times\sqrt{3}$

$= r + \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}r + \dfrac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}r$

$= \dfrac{4+\cancel{\sqrt{6}}+\sqrt{2}+3\sqrt{2}-\cancel{\sqrt{6}}}{4}r = \mathbf{(1+\sqrt{2})r}$

(キ) 15°ずつ2回曲がっているので **30**度.



(ク) $\dfrac{\sin 30^\circ}{\sin i} = \dfrac{n}{1}$, $\sin(90^\circ - i) \geqq \dfrac{1}{n}$

$\sin i = \dfrac{1}{2n}$, $\cos i \geqq \dfrac{1}{n}$

$\cos i = \sqrt{1-\sin^2 i} = \sqrt{1-\dfrac{1}{4n^2}} \geqq \dfrac{1}{n}$

$n^2 - \dfrac{1}{4} \geqq 1$ $\therefore n \geqq \mathbf{\dfrac{\sqrt{5}}{2}}$