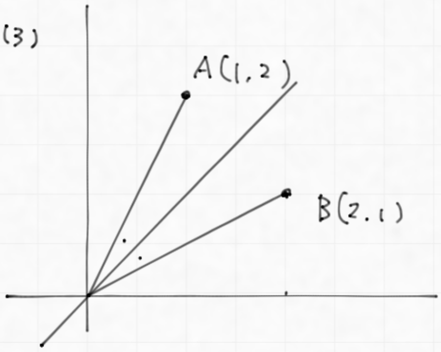
岡山理科大2022 2/6 IAIIB

1 (1) $|\vec{OA}| = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$

(2) OAの中点Mは $(\frac{1}{2}, 1)$ OAの傾きは $\frac{2}{1} = 2$ だから、これと垂直な直線の傾きは $-\frac{1}{2}$

よって、もとめる直線は $y = -\frac{1}{2}(x-\frac{1}{2})+1$ $\therefore$ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$

(3)



OA = OBだから ∠AOBの二等分線はABの中点

$(\frac{1+2}{2}, \frac{2+1}{2}) = (\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ を通る。

$\therefore$ $y = x$

(4) 辺ABの垂直二等分線は $y = x$.

これとOAの垂直二等分線 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$ との交点が△OABの外心

$x = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$ より $x = \frac{5}{6}$, $y = \frac{5}{6}$

Oと $(\frac{5}{6}, \frac{5}{6})$ との距離は $\frac{5}{6}\sqrt{2}$ だから、もとめる円は

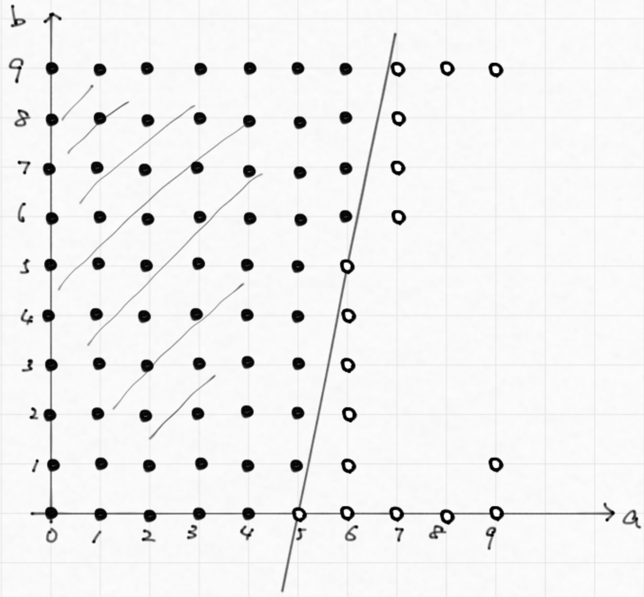
中心 $(\frac{5}{6}, \frac{5}{6})$, 半径 $\frac{5}{6}\sqrt{2}$ の円で

$$(x-\frac{5}{6})^2 + (y-\frac{5}{6})^2 = (\frac{5}{6}\sqrt{2})^2$$

$$x^2 - \frac{5}{3}x + y^2 - \frac{5}{3}y = 0$$

2

(1) $f(-5)=25-5a+b>0 \iff b>5a-25$



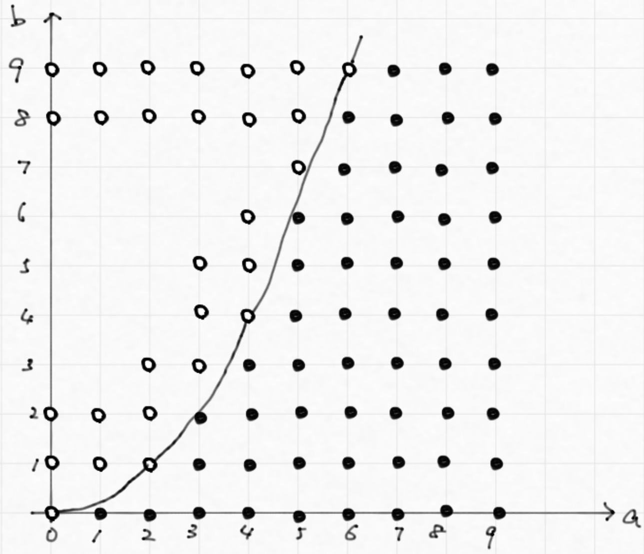
左図より

$10\times5+9+4=$ **53組**

(2) 判別式をDとして

$D=a^2-4b>0$

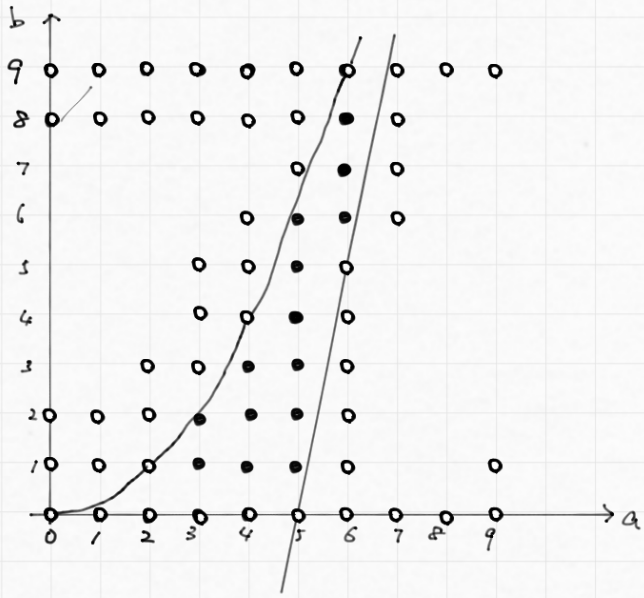
$b<\frac{1}{4}a^2$



左図より $1+1+3+4+7+9+10\times3$

$=$ **55組**

(3)



$f(x)=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}+b$

軸 $-5<-\frac{a}{2}<0$

$\iff 0<a<10$

端点 $f(-5)=25-5a+b>0$

$f(0)=b>0$

判別式 $D=a^2-4b>0$

左図より **14組**

3

(1) $2^x = X$ とおく $\quad (X = 2^x > 0)$

与式は $X^2 - 3 \cdot 2 \cdot X = 0$ $\quad X = 6, 0$

$X > 0$ だから $\quad X = 2^x = 6$ $\quad$ **$x = \log_2 6$**

(2) $f(x) = X^2 - 6X + 3 = (X-3)^2 - 6$

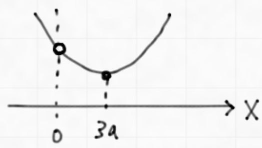
$X = 3$ のとき最小値 **-6** $\quad X = 3 = 2^x$ より $\quad$ **$x = \log_2 3$**

(3) $4^x - 6a \cdot 2^x + 3 - 6a^2 = X^2 - 6aX + 3 - 6a^2 > 0$

$X^2 - 6aX + 3 - 6a^2 = g(X)$ とおく

$g(X) = (X - 3a)^2 - 15a^2 + 3$

(i) $a > 0$ のとき.



$X = 3a$ のとき. $g(3a) = -15a^2 + 3 > 0$ ならば.

$X > 0$ のとき常に $g(X) > 0$ であり、任意の x に対して不等式が成立する

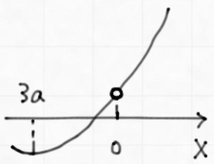
$-15a^2 + 3 > 0 \Leftrightarrow a^2 < \frac{1}{5}$ $\quad 0 < a < \frac{1}{\sqrt{5}}$

(ii) $a = 0$ のとき $\quad g(X) = X^2 + 3$ だから 任意の x に対して不等式が成立する

(iii) $a < 0$ のとき

$g(0) = 3 - 6a^2 \geqq 0$ ならば

$X > 0$ のとき常に $g(X) > 0$ であり、任意の x に対して不等式が成立する



$3 - 6a^2 \geqq 0 \Leftrightarrow a^2 \leqq \frac{1}{2}$ $\quad -\frac{1}{\sqrt{2}} \leqq a < 0$

(i)〜(iii) より $\quad -\frac{1}{\sqrt{2}} \leqq a < \frac{1}{\sqrt{5}}$ のとき. 任意の x に対して不等式が成立する