同志社大 理工 2023

1 (ア) ばねAの伸びをx_0として力のつりあいを考える

$Mg = kx_0$ $\qquad\qquad \therefore x_0 = \dfrac{Mg}{k}$

(イ) $2\pi\sqrt{\dfrac{M}{k}}$

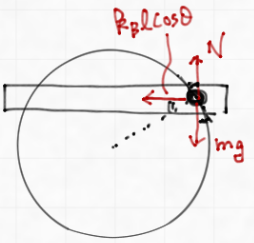
(ウ) 箱は $t=0$ のとき、$y=l$ であり、振幅 l、角振動数 $\sqrt{\dfrac{k}{M}}$ の単振動をする

$y = l\cos\sqrt{\dfrac{k}{M}}\,t$ $\qquad v = \dfrac{dy}{dt} = -l\sqrt{\dfrac{k}{M}}\sin\sqrt{\dfrac{k}{M}}\,t$

(エ) (ウ)と同様に x方向は $t=0$ のとき $x=0$、振幅l の単振動。ばねBのばね定数を k_B とすると、角振動数は $\sqrt{\dfrac{k_B}{m}}$ となるが、小球が単振動するためには、y方向とx方向の単振動の角振動数が一致する必要がある。

$\sqrt{\dfrac{k_B}{m}} = \sqrt{\dfrac{k}{M}}$ $\qquad \therefore k_B = \dfrac{m}{M}k$

(オ) $t=\dfrac{T}{4}$ のとき $(x, y) = (-l, 0)$ で、このとき、小球にはたらく力はx軸正の向きで大きさ $k_B l$ (N) となっている。(Tは周期) $\qquad k_B l = \dfrac{m}{M}kl$



(カ) $\begin{cases} \dfrac{m}{M}kl = k_B l\cos\theta\cos\theta + mg\sin\theta - N\sin\theta \\ k_B l\cos\theta\sin\theta + N\cos\theta = mg\cos\theta \end{cases}$

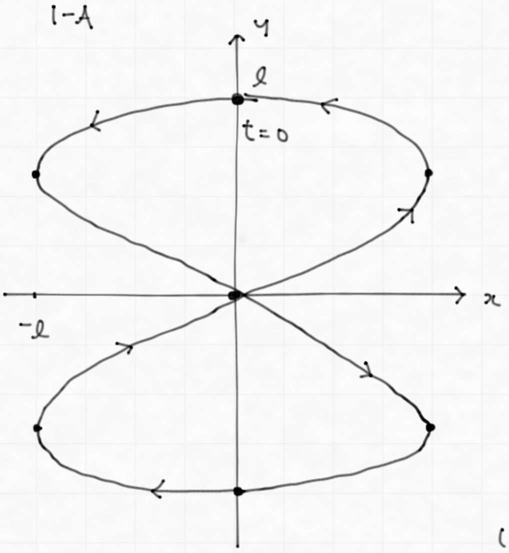
(3力の合力が $\dfrac{m}{M}kl$ となっている)

$N = mg - \dfrac{mkl}{M}\sin\theta$

(グラフ) x方向の角振動数は $\sqrt{\dfrac{4k_B}{m}} = 2\sqrt{\dfrac{k_B}{m}} = 2\sqrt{\dfrac{k}{M}}$ だから $\sqrt{\dfrac{k}{M}} = \omega$ として

$\begin{cases} x = -l\sin 2\omega t \\ y = l\cos\omega t \end{cases}$

1-A



$t = \dfrac{\pi}{4\omega}, \dfrac{\pi}{2\omega}, \dfrac{3\pi}{4\omega}, \dfrac{\pi}{\omega}$ を代入すると

$(x, y) = \left(-l, \dfrac{l}{\sqrt{2}}\right), (0, 0), \left(l, -\dfrac{l}{\sqrt{2}}\right), (0, -l)$

これらをもとに軌跡を図示すると左のようになる

(キ) $\dfrac{dy}{dt} = -l\omega\sin\omega t$ $\quad$ に $t=\dfrac{\pi}{4\omega}$ を代入して

$\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}l\omega = l\sqrt{\dfrac{k}{2M}}$

$\left(\because \dfrac{dx}{dt} \text{ は } t=\dfrac{\pi}{4\omega} \text{ で明らかに } 0\right)$

(ク) 箱の地面からの高さをhとする。

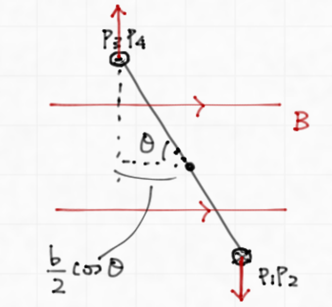
箱が地面に達するまでの時間tは $\quad \dfrac{1}{2}gt^2 = h$ より $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

これが、単振動の周期のn倍だから

$\sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} \times n$ $\qquad h = \dfrac{2\pi^2 n^2 mg}{k}$

2

(ア) BIa (N)　　(イ) $BIb\sin\theta$ (N)



$P_1 \to P_2 \to P_3 \to P_4$と流れているものとしている

(ウ) 右図より　$BIa \times \frac{b}{2}\cos\theta \times 2 = BIab\cos\theta$ (N.m)

(エ) $0 \leqq \omega t < \frac{\pi}{2}$のときの磁束を$\Phi$とすると（右向きを正とする）

$$\Phi = Bab\sin\omega t$$

だから 起電力の大きさは

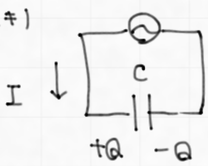
$$|V| = \left|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = Bab\omega\cos\omega t \quad (\mathrm{V})$$

(オ) 回路に供給される単位時間あたりのエネルギーは　$|V| \times \frac{|V|}{r} = \frac{B^2a^2b^2\omega^2\cos^2\omega t}{r}$ (W)

(カ) 1回転にかかる時間は $\frac{2\pi}{\omega}$ なので ジュール熱は

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{B^2a^2b^2\omega^2\cos^2\omega t}{r}\,dt = \cancel{\frac{1}{2}} \times \cancel{\frac{2\pi}{\omega}} \times \frac{B^2a^2b^2\cancel{\omega^2}}{r} = \frac{\pi B^2a^2b^2\omega}{r} \quad (\mathrm{J})$$

(キ)



$$V = -Bab\omega\cos\omega t = \frac{Q}{C}$$

$$|I| = \left|\frac{dQ}{dt}\right| = |Bab\omega C \cdot \omega\sin\omega t| = Bab\omega^2 C\sin\omega t \quad (\mathrm{A})$$

(ク) $U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}C \cdot V^2 = \frac{1}{2}C B^2a^2b^2\omega^2\cos^2\omega t$　　最大値は $\frac{1}{2}CB^2a^2b^2\omega^2$ (J)

3

(ア) $PV^{\frac{5}{3}}=$ 一定．および $\dfrac{PV}{T}=$ 一定（ボイルシャルルの法則）より $TV^{\frac{2}{3}}=$ 一定

ここに値を代入

$$300\times V^{\frac{2}{3}}=T\times\left(\frac{1}{8}V\right)^{\frac{2}{3}} \iff T=1200\ (\mathrm{K})$$

(イ) $T_B=T\left(\dfrac{V_A}{V_B}\right)^{\frac{2}{3}}=Ta^{\frac{2}{3}}$

気体がされた仕事 $=-W_{AB}$

$$=\frac{3}{2}nR(T_B-T)=\frac{3}{2}nRT\left(a^{\frac{2}{3}}-1\right)$$

(ウ) $T_C=\dfrac{p_BV_C}{nR}=\dfrac{p_B\cdot cV_B}{nR}=cT_B=a^{\frac{2}{3}}cT$

(エ) $Q_{BC}=\dfrac{5}{2}nR(T_C-T_B)=\dfrac{5}{2}nRTa^{\frac{2}{3}}(c-1)$

(オ) $T_D=T_C\cdot\left(\dfrac{V_C}{V_A}\right)^{\frac{2}{3}}=T_C\left(\dfrac{cV_B}{aV_B}\right)^{\frac{2}{3}}=Ta^{\frac{2}{3}}c\cdot\left(\dfrac{c}{a}\right)^{\frac{2}{3}}$

$$=c^{\frac{5}{3}}T$$

(カ) $-Q_{DA}=\dfrac{3}{2}nR(T_D-T)=\dfrac{3}{2}nRT\left(c^{\frac{5}{3}}-1\right)$

(キ)

$$e=\frac{Q_{BC}+Q_{DA}}{Q_{BC}}$$

$$=\frac{\cancel{\frac{5}{2}nRT}\,a^{\frac{2}{3}}(c-1)+\frac{3}{\cancel{2}}\cancel{nRT}\left(c^{\frac{5}{3}}-1\right)}{\cancel{\frac{5}{2}nRT}\,a^{\frac{2}{3}}(c-1)}$$

$$=1-\frac{3\left(c^{\frac{5}{3}}-1\right)}{5a^{\frac{2}{3}}(c-1)}$$

A　$p_AV_A=nRT$

断熱圧縮 ↓

$0=W_{AB}^{\boxed{負}}+n\frac{3}{2}R(T_B-T)$

$TV_A^{\frac{2}{3}}=T_BV_B^{\frac{2}{3}}$,　$\dfrac{V_A}{V_B}=a$

B　$p_BV_B=nRT_B$

定圧 ↓

$Q_{BC}=p_B(V_C-V_B)+n\cdot\frac{3}{2}R(T_C-T_B)$

C　$p_BV_C=nRT_C$,　$\dfrac{V_C}{V_B}=c$

断熱膨張 ↓

$0=W_{CD}+n\cdot\frac{3}{2}R(T_D-T_C)$

$T_CV_C^{\frac{2}{3}}=T_DV_A^{\frac{2}{3}}$

D　$p_DV_A=nRT_D$

定積 ↓

$Q_{DA}=0+\frac{3}{2}nR(T-T_D)$