関西医大2023 後期

1

(1) $\frac{80}{100}\times\frac{80}{100}=\frac{16}{25}$ **64%**

(2) 赤01が白10となるのは2桁の信号を2つとも間違えて送ったときだから

$\frac{20}{100}\times\frac{20}{100}=\frac{1}{25}$ **4%**

(3) (青) 青 → 黒 (赤) 赤 → 黒 (白) 白 → 黒 (黒) 黒 → 黒

$\quad$ 00 11 $\quad$ 01 11 $\quad$ 10 11

$$\frac{4}{10}\times\frac{20}{100}\times\frac{20}{100}+\frac{4}{10}\times\frac{20}{100}\times\frac{80}{100}+\frac{1}{10}\times\frac{80}{100}\times\frac{20}{100}+\frac{1}{10}\times\frac{80}{100}\times\frac{80}{100}$$

$$=\frac{4}{10}\times\frac{1}{25}+\frac{4}{10}\times\frac{4}{25}+\frac{1}{10}\times\frac{4}{25}+\frac{1}{10}\times\frac{16}{25}=\frac{4+16+4+16}{10\times25}=\frac{4}{25}$$ **16%**

(4) 黒をとり出し、かつ黒と正しく伝わる確率は $\frac{1}{10}\times\frac{80}{100}\times\frac{80}{100}$ だから

もとめる条件付き確率は

$$\frac{\frac{1}{10}\times\frac{80}{100}\times\frac{80}{100}}{\frac{4}{25}}=\frac{\frac{1}{10}\times\cancel{\frac{16}{25}}^{4}}{\cancel{\frac{4}{25}}}=\frac{2}{5}$$ **40%**

2

(1) $f'(x) = 2x(x+1)^2(x-1)^2 + x^2 \times 2(x+1)(x-1)^2 + x^2(x+1)^2 \times 2(x-1)$

$= 2x(x+1)(x-1)\left(x^2-1+x^2\cancel{-x}+x^2\cancel{+x}\right) = 2x(x+1)(x-1)(3x^2-1)$

$f'(x)=0$ となるのは　$x = 0, -1, 1, \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

$0 \leqq x \leqq 1$ の範囲の増減は右のとおり.

x	0	…	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	…	1
$f'(x)$	0	+	0	−	0
$f(x)$	0	↗	$\frac{4}{27}$	↘	0

$f(0)=0$, $f(1)=0$, $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{3}-1\right)^2 = \frac{4}{27}$

$0 \leqq x \leqq 1$ における $f(x)$ の値域は　$\mathbf{0 \leqq f(x) \leqq \frac{4}{27}}$

(2) $f(x) = x^2(x+1)^2(x-1)^2 = x^2(x^2-1)^2 = (x^2+1-1)\left((x^2+1)-2\right)^2$

$= (x^2+1-1)\left\{(x^2+1)^2 - 4(x^2+1)+4\right\}$

$= (x^2+1)^3 - 4(x^2+1)^2 + 4(x^2+1) - (x^2+1)^2 + 4(x^2+1) - 4$

$= (x^2+1)\left\{(x^2+1)^2 - 5(x^2+1) + 8\right\} - 4$

$Q = (x^2+1)^2 - 5(x^2+1) + 8 = \mathbf{x^4 - 3x^2 + 4}$　　　$R = \mathbf{-4}$

(3) $\displaystyle\int_0^1 \frac{R}{g(x)}\,dx = -\int_0^1 \frac{4}{x^2+1}\,dx$

$x = \tan\theta$ とおくと.　$\frac{dx}{d\theta} = \frac{1}{\cos^2\theta}$

x	$0 \to 1$
θ	$0 \to \frac{\pi}{4}$

$\displaystyle -\int_0^1 \frac{4}{x^2+1}\,dx = -\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4}{1+\tan^2\theta} \times \frac{1}{\cos^2\theta}\,d\theta = -\left[4\theta\right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \mathbf{-\pi}$

(4) (3)より

$\displaystyle \pi = \int_0^1 \frac{4}{x^2+1}\,dx = \int_0^1 \frac{-R}{g(x)}\,dx = \int_0^1 \frac{g(x)\times Q - f(x)}{g(x)}\,dx$

$\displaystyle = \int_0^1 x^4-3x^2+4\,dx - \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1}\,dx \leqq \int_0^1 x^4 - 3x^2 + 4\,dx$　（∵ (1)より, $0 \leqq x \leqq 1$ において $\frac{f(x)}{x^2+1} \geqq 0$）

$= \left[\frac{1}{5}x^5 - x^3 + 4x\right]_0^1 = \frac{1}{5} - 1 + 4 = 3.2$

以上より　$\pi < 3.2$ が示された

3

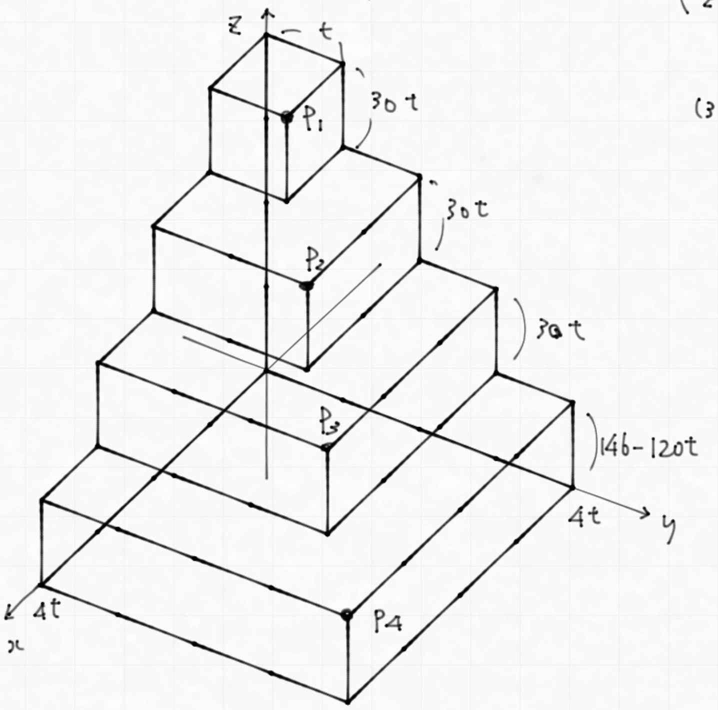
(1) P_k は H内に存在するので

$0 < kt$ かつ $2(73-15kt) > 0$ が成り立っている.

k は 1,2,3,4 のいずれかだから. $t>0$, $t<\frac{73}{15k}$ より **$0<t<\frac{73}{60}$**

(2) $\overrightarrow{OP_k} = k\begin{pmatrix} t \\ t \\ -30t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 146 \end{pmatrix}$

これは P_1, P_2, P_3, P_4 の4点が直線 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = s\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -30 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 146 \end{pmatrix}$ 上に存在していることを示している.



(3) 側面積は

$\left(t\times30t + 2t\times30t + 3t\times30t + 4t\times(146-120t)\right)\times 4$

上面および下面は $(4t)^2$

$S = 4\left(30t^2+60t^2+90t^2-480t^2+584t\right)+16t^2\times 2$

$= \mathbf{-1168t^2+2336t}$

(4) $\frac{dS}{dt} = -2336t+2336$

$\frac{dS}{dt}=0$ となるのは $t=1$ のときで

Sの増減は次のようになる

t	0	…	1	…	$\frac{73}{60}$
$\frac{dS}{dt}$		+	0	−	
S		↗		↘	

Sは $t=1$ で最大となり このとき $S=1168$

$P_1(1,1,116)$ だから z座標は **116**

4

(1) $\vec{AB}=(3,-3,0)$, $\vec{BC}=(t-4, 2t-2, t-1)$, $\vec{CA}=(1-t, 5-2t, 1-t)$

$\vec{AB}\cdot\vec{BC}=3t-12-6t+6=-3t-6=0$ $\quad t=-2$

$\vec{BC}\cdot\vec{CA}=t-t^2-4+4t+10t-4t^2-10+4t+t-t^2-1+t=-6t^2+21t-15=0$ $\quad t=\frac{5}{2}, 1$

$\vec{CA}\cdot\vec{AB}=3-3t-15+6t=3t-12=0$ $\quad t=4$

$t=$ **$-2, 1, \frac{5}{2}, 4$**

(2) $\vec{AD}=(0,1,1)$

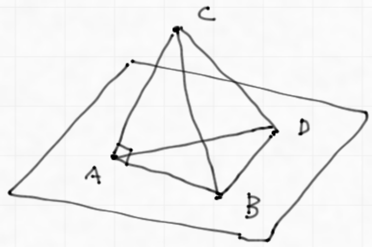
$\vec{AB}$と$\vec{AD}$の両方に垂直なベクトルの1つは $(1,1,-1)$

これを法線ベクトルに持ち、点Aを通る平面は $x-1+y-5-(z-0)=0 \Leftrightarrow x+y-z-6=0$

この平面は、A, B, Dを通るので、4点が同一平面上にあるための条件は、点Cがこの平面上に存在することとなる

$t+2t-(t-1)-6=0$ $\quad \therefore\ t=$ **$\frac{5}{2}$**

(3) (1)より∠BACが直角となるのは $t=4$ のとき.



△ABDの面積をSとして

$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{AB}|^2|\vec{AD}|^2-(\vec{AB}\cdot\vec{AD})^2}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{18\times2-(-3)^2}=\frac{3}{2}\sqrt{3}$

$t=4$ のとき Cは $(4, 8, 3)$

これと $x+y-z-6=0$ との距離をhとすると $h=\frac{|4+8-3-6|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\sqrt{3}$

ABCDの体積をVとして

$V=\frac{1}{3}\times S\times h=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}\sqrt{3}\times\sqrt{3}=$ **$\frac{3}{2}$**