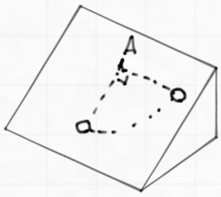
慶應義塾大学2022理工

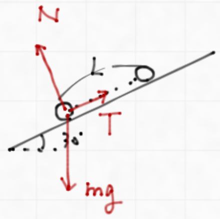
1



(1) $\theta = 0^\circ$ のときの速さを v_0 とする

エネルギー保存則より

$$mgL\sin 30^\circ = \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad v_0 = \sqrt{gL} \ (ア)$$



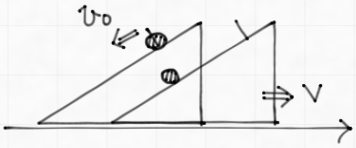
斜面と垂直な方向の力のつりあい $N = mg\cos 30^\circ$

斜面平行方向の運動方程式 $m\frac{v_0^2}{L} = T - mg\sin 30^\circ$

より $N = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$ (イ) $T = \frac{3}{2}mg$ (ウ)

斜面水平方向の重力成分は $mg\sin 30^\circ$ だから見かけの重力加速度 $\frac{1}{2}g$

よって周期は $2\pi\sqrt{\frac{L}{\frac{1}{2}g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{g}}$ (エ)

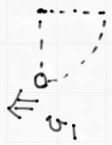


(2) エネルギー保存

$$mgL\sin 30^\circ + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(m+M)V^2 + \frac{1}{2}mv_1^2$$

運動量保存

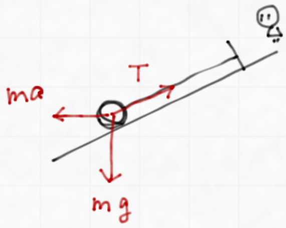
$$-mv_0\cos 30^\circ = (m+M)V$$



これらを連立して. $v_1 = \sqrt{gL + \frac{4M+m}{4(m+M)}v_0^2}$ (オ)

まさつがあることでエネルギーは減少するが、運動量は保存する.

$$V = -\frac{mv_0}{m+M}\cos 30^\circ = -\frac{mv_0}{2(m+M)} \ (カ)$$



(3) 垂直抗力が0となったときに斜面から離れる.

$$ma\sin 30^\circ = mg\cos 30^\circ \qquad a = \sqrt{3}g \ (キ)$$

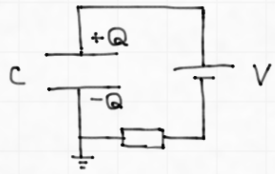
加速度が上記より小さいとき. 斜面内の見かけの重力加速度は.

$$a\cos 30^\circ + g\sin 30^\circ = \frac{1}{2}(\sqrt{3}a + g)$$

したがって周期は $2\pi\sqrt{\frac{L}{\frac{1}{2}(\sqrt{3}a+g)}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{\sqrt{3}a+g}}$ (ク)

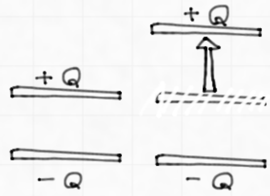
2

(1) 十分に時間が経ったときにコンデンサーに蓄えられている電荷をQとすると回路の式は $V=\frac{Q}{C}$ だから $Q=CV$ (ア)

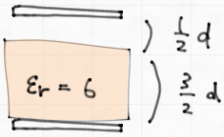


このときの静電エネルギーUは $U=\frac{1}{2}CV^2$ (イ)

電場の大きさEは $E=\frac{V}{d}$ (ウ) となっている。



スイッチを開いた状態では電流は流れないので、コンデンサーに蓄えられている電荷はQのまま維持される。したがって、コンデンサーの極板間の電位差は2Vとなり、エネルギーは $\frac{1}{2}Q(2V)=CV^2$ まで増加する。このときのエネルギーの変化量 ΔU が外力のした仕事Wと一致する。



$$W=\Delta U=CV^2-\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}CV^2 \quad (\text{エ})$$

誘電体は挟むと、誘電体の無い部分とある部分の2つのコンデンサーが直列につながったコンデンサーとみることができる。

無い部分の容量は、元々のコンデンサーからみて、極板間隔が半分となっているので、容量は2C

ある部分は間隔は $\frac{3}{2}$ 倍，比誘電率6だから、容量 $C\times\frac{2}{3}\times 6=4C$ のコンデンサーと考えられるので合成容量は、

$$\frac{1}{2C}+\frac{1}{4C}=\frac{3}{4C}$$

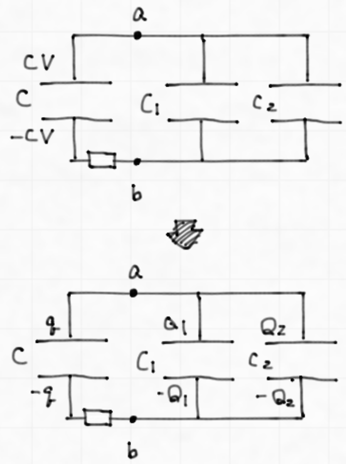
逆数をとって $\frac{4}{3}C$ (オ) の容量になる。

スイッチを閉じてV(V)の電圧とすると、コンデンサーに蓄えられている電荷がCVから $\frac{4}{3}CV$ へと変化する。

変化量は $\frac{4}{3}CV-CV=\frac{1}{3}CV$ で、これだけの電荷が電池を通って流れこむので電池のする仕事は

$$\frac{1}{3}CV\times V=\frac{1}{3}CV^2 \quad (\text{カ})$$

となる。



(2) 十分に時間が経ったとき、右のように電荷が蓄えられたとすると、

$$\frac{q}{C}=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{Q_2}{C_2}, \quad CV=q+Q_1+Q_2$$

連立して $CV=q+\frac{C_1}{C}q+\frac{C_2}{C}q \qquad q=\frac{C^2V}{C+C_1+C_2}$

ab間の電圧は $\frac{q}{C}=\frac{CV}{C+C_1+C_2}$ (キ)

C_1, C_2 の2つのコンデンサーを合成容量 C_1+C_2 のコンデンサーと考えると、振動電流の周期は $2\pi\sqrt{L(C_1+C_2)}$ (ク)

電流が最大となるとき、コンデンサーには電荷がない。I_1, I_2 の最大値を I_{1max}, I_{2max} として

$$\frac{1}{2}L\left(I_{1max}+I_{2max}\right)^2=\frac{1}{2}(C_1+C_2)\left(\frac{CV}{C+C_1+C_2}\right)^2$$

および $I_1\times C_2=I_2\times C_1$ より。

$$\left(\frac{C_1}{C_2}I_{2max}+I_{2max}\right)^2=\frac{C_1+C_2}{L}\left(\frac{CV}{C+C_1+C_2}\right)^2 \qquad I_{2max}=\frac{CV}{C+C_1+C_2}\times\frac{C_2}{\sqrt{(C_1+C_2)L}} \quad (\text{ケ})$$

3

(1) 光の速さは $\frac{c}{n}$ (ア) 屈折の式より $\frac{\sin\theta}{\sin\theta_1} = \frac{n}{1}$ $\sin\theta_1 = \frac{1}{n}\sin\theta$ (イ)

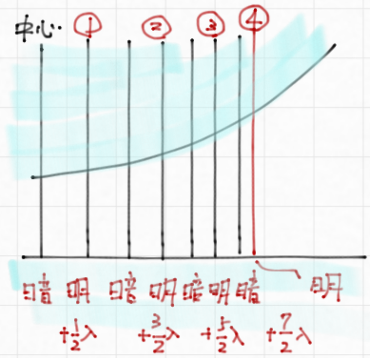
B点での入射角は $90°-\theta_1$ だから $\sin(90°-\theta_1) > \frac{1}{n}$ となると全反射が起こる.

$\sin(90°-\theta_1) = \cos\theta_1 = \sqrt{1-\sin^2\theta_1} = \sqrt{1-\frac{1}{n^2}\sin^2\theta} > \frac{1}{n}$ より

$1-\frac{1}{n^2}\sin^2\theta > \frac{1}{n^2}$ $\sin\theta < \sqrt{n^2-1}$ (ウ)

(2) 容器上面の反射の際に位相がπずれるので. 往復の距離2w が波長の整数倍となればよい.

$2w = m\lambda \Leftrightarrow w = \frac{1}{2}m\lambda$ (エ)



4番目の明環は中心とヒヒべ、往復の光路差が3.5λ増えている

$2d = m\lambda + \frac{7}{2}\lambda$, $d = w + \frac{L^2}{2R}$

より $\cancel{2w} + \frac{L^2}{R} = \cancel{2w} + \frac{7}{2}\lambda$ $L = \sqrt{\frac{7}{2}\lambda R}$ (オ)

$2w = (m-1)\lambda_1$ が成り立つことになるので.

$2w = \frac{2w}{\lambda}\lambda_1 - \lambda_1$ $w = \frac{\lambda\lambda_1}{2(\lambda_1-\lambda)}$ (カ)

液体で満たすことで光学距離は n_1 倍になる. $n_1 > n$ だから.容器上面の反射による位相差は生じなくなるが. 代わりに平凸レンズ下面での反射によって位相差が生じる

$d \to n_1 d$ となることを考えて $L_1 = \frac{1}{\sqrt{n_1}}\sqrt{\frac{7}{2}\lambda R}$ (キ)

波長をλ→λ_2 へと小さくするとき. 中心部が暗→明へと変わったことから.中心部分の位相差はπだけ少なくなった、したがって 4番目の明環は中心と3波長分の距離差の位置に移ることになる.

$$\begin{cases} 2wn_1 = m'\lambda_2 \\ 2dn_1 = m'\lambda_2 + 3\lambda_2 \\ d = w + \frac{L_2^2}{2R} \end{cases}$$

$2n_1(\cancel{w} + \frac{L_2^2}{2R}) = \cancel{2wn_1} + 3\lambda_2$

$L_2^2 = 3\lambda_2 \times \frac{R}{n_1}$

$L_2 = \sqrt{\frac{3}{n_1}R\lambda_2}$ (ク)