関西医科大学2024

1 問1 衝突直前の小球の速さを v とする.

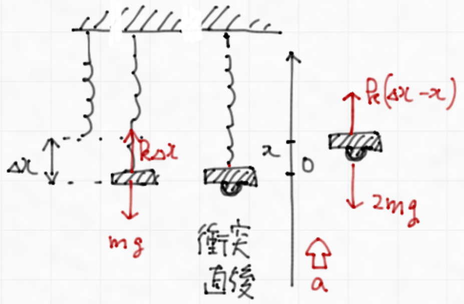
エネルギー保存則より　$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$　　$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$

衝突によって一体となった板と小球の速さを V とする.

運動量保存則より　$mv = (m+m)V$　　$V = \frac{1}{2}v = \frac{1}{2}\sqrt{v_0^2 - 2gh}$

問2 板だけがつりあっているときの力のつりあい

$mg = k\Delta x$　　$\therefore\ \Delta x = \frac{mg}{k}$



衝突後の加速度を a として運動方程式は

$$2ma = k(\Delta x - x) - 2mg$$

$$= -kx + k\Delta x - 2mg = -k\left(x + \frac{mg}{k}\right)$$

$$= -2m\left(x + \frac{mg}{k}\right)\omega^2 \quad (\omega \text{は角振動数})$$

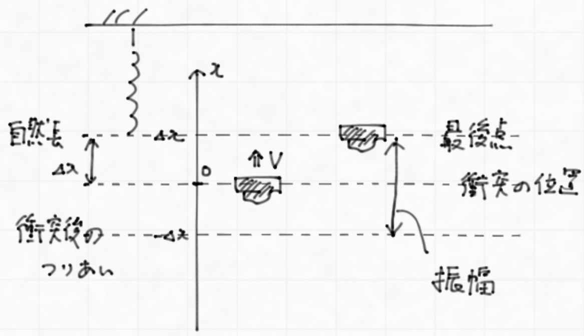
振動の中心は $x = -\frac{mg}{k}$

角振動数 $\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$ だから周期 T は　$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$

問3 衝突直後と最高点で、エネルギーが保存する. 単振動の中心が $x = -\frac{mg}{k}$ であることに注意すると

振幅は $2\Delta x$、すなわち $\frac{2mg}{k}$ となっているので、エネルギー保存則は

$$\frac{1}{2}\times 2m \times V^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{2mg}{k}\right)^2$$



$$V^2 = \frac{3mg^2}{2k}$$

ここに $V = \frac{1}{2}\sqrt{v_0^2 - 2gh}$ を代入

$$\frac{1}{4}(v_0^2 - 2gh) = \frac{3mg^2}{2k}$$

$$h = \frac{1}{2g}\left(v_0^2 - \frac{6mg^2}{k}\right) = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{3mg}{k}$$

問4 $K_1 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_0^2 - 2gh) = \frac{1}{2}mv_0^2 - mg\left(\frac{v_0^2}{2g} - \frac{3mg}{k}\right) = \frac{3m^2g^2}{k}$

$K_2 = \frac{1}{2}(m+m)V^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3m^2g^2}{2k}$

衝突後の振動中心を通るときの速さが最大. このときの速さを V_{max} として、振幅は $2\Delta x$ だから

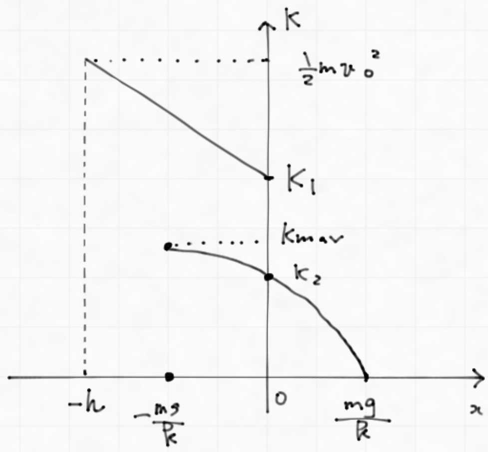
$$K_{max} = \frac{1}{2}\cdot 2m\cdot V_{max}^2 = \frac{1}{2}k\cdot(2\Delta x)^2$$

$$= \frac{1}{2}k\left(\frac{2mg}{k}\right)^2 = \frac{2m^2g^2}{k}$$

床上から打ちだした直後の小球の運動エネルギーを K_0 とすると

$K_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$

以上より、グラフは右のようになる



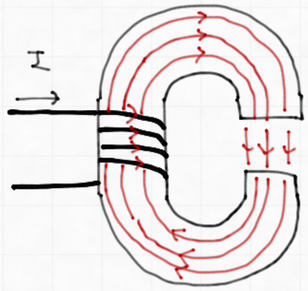
II 右ねじの法則より、右図の向きの磁場が生じているので **$-z$の向き** (①)

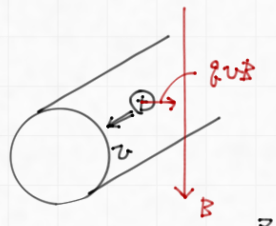
隙間に生じている磁場が、大きさB，z軸負の向きだから、

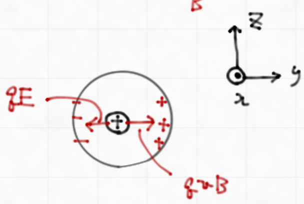
荷電粒子には大きさ **qvB** (ア) で **$+y$の向き** (②) の力を受ける。

この力によって管にはy軸方向の電場が生じ、その大きさをEとすると

$qE = qvB$ より $E = vB$ と分かる。管内に一様な電場が生じているものとして、y軸方向に大きさは $Ed =$ **vBd** (イ) の起電力が発生している。







管の断面積をS'として $S' = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\pi d^2$

$Q = vS'$ より $v = \boldsymbol{\frac{4Q}{\pi d^2}}$ (ウ) だから $V = \frac{4QB}{\pi d}$ が成り立つ。

これより $Q = \boldsymbol{\frac{\pi V d}{4B}}$ (エ) と求められる。

磁束をΦとすると、 $F_m = \Phi \cdot R_m$ が成り立つので $\Phi = \boldsymbol{\frac{F_m}{R_m}}$ (オ)

磁気抵抗の大きさについて、問題文の説明に従って

$$\frac{L_1}{\mu_0 \mu_r S} \text{ (カ)}, \quad \frac{L_2}{\mu_0 S} \text{ (キ)}$$

と表され、合成抵抗の大きさは $\frac{L_1}{\mu_0\mu_r S} + \frac{L_2}{\mu_0 S} = \boldsymbol{\frac{1}{\mu_0 S}\left(\frac{L_1}{\mu_r} + L_2\right)}$ (ク)

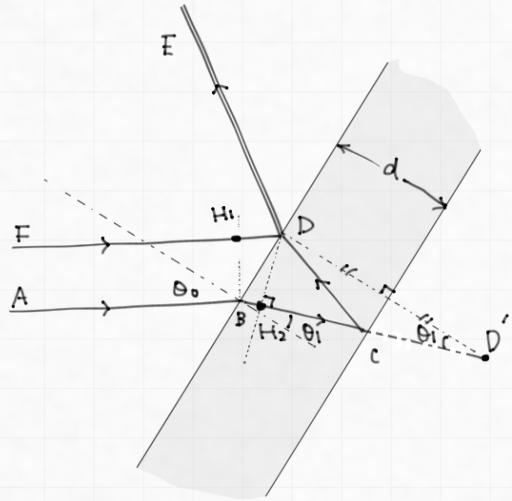
本文より、コイルに生じる起磁力は NI だから、

$$\Phi = NI \div \left\{\frac{1}{\mu_0 S}\left(\frac{L_1}{\mu_r} + L_2\right)\right\} = \frac{\mu_r \mu_0 S N I}{L_1 + \mu_r L_2} \text{ (ケ)}$$

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{\mu_r \mu_0 N I}{L_1 + \mu_r L_2} \text{ (コ)}$$

III

問1　速さは $\frac{c}{n}$　振動数は空気中と変わらず $\frac{c}{\lambda}$



問2　観測者1について.

左図のように H_1, H_2, D' をとり.屈折角を θ_1 とする

H_1D と BH_2 の光学距離は等しいので.

FDE と ABCDE の光路差は H_2D' と等しく

$2d\cos\theta_1 \times n$ となる.

D点での反射によって位相が π ずれるので.観測者1が

明るい光を観測する条件は

$$\frac{2d\cos\theta_1\times n}{\lambda}\times 2\pi + \pi = 2\pi\times m \quad (m=1,2,3\cdots)$$

整理して　$4nd\cos\theta_1 = (2m-1)\lambda$

屈折の法則より.　$\sin\theta_1 = \frac{1}{n}\sin\theta_0$　が成りたつので　$\cos\theta_1=\sqrt{1-\sin^2\theta_1} = \sqrt{1-\frac{1}{n^2}\sin^2\theta_0}$

これを代入して

$$4d\sqrt{n^2-\sin^2\theta_0} = (2m-1)\lambda \quad (m=1,2,3\ldots)$$

観測者2について.光路差は同様の考察によって同じ $2nd\cos\theta_1$ だが C点とD点での反射によって位相が π ずれるため.観測者2が明るい光を観測する条件は.

$$\frac{2d\cos\theta_1\times n}{\lambda}\times 2\pi = 2\pi m \quad (m=1,2,3,\cdots)$$

$$2d\sqrt{n^2-\sin^2\theta_0} = m\lambda \quad (m=1,2,3,\cdots)$$

問3　λ_1 のときの条件を　$4d\sqrt{n^2-\sin^2\theta_0} = 2m\lambda_1$　とすると　λ_2 のときの条件は $\lambda_1<\lambda_2$ だから $4d\sqrt{n^2-\sin^2\theta_0} = 2(m-1)\lambda_2$ となる.この2式から m を消去して.

$$4d\sqrt{n^2-\sin^2\theta_0} = \cancel{2}\lambda_2\times\frac{4d\sqrt{n^2-\sin^2\theta_0}}{\cancel{2}\lambda_1} - 2\lambda_2$$

$$2d\sqrt{n^2-\sin^2\theta_0} = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}$$

$$d = \sqrt{\frac{\lambda_1^2\lambda_2^2}{4\,(n^2-\sin^2\theta_0)(\lambda_2-\lambda_1)^2}} = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2(\lambda_2-\lambda_1)}\sqrt{\frac{1}{n^2-\sin^2\theta_0}}$$

問4　観測者1と2で明暗は逆転している

波長が長い波ほど振動数は小さいので　グラフより　**720 nm**

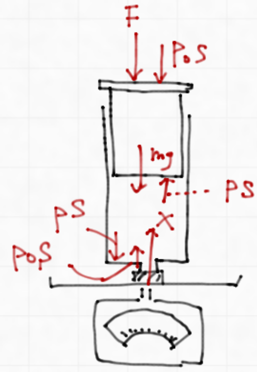
問5　$\lambda_1=540\,\mathrm{nm}$,　$\lambda_2=600\,\mathrm{nm}$,　$n=1.35$.　$\theta_0=0$ を代入

$$d = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2(\lambda_2-\lambda_1)}\sqrt{\frac{1}{n^2-\sin^2\theta_0}} = \frac{540\times\cancel{600}^{\,10}\times 10^{\cancel{-18}\,-9}}{2\times\cancel{60}\times\cancel{10^{-9}}}\times\frac{1}{1.35} = \frac{\cancel{54}^{\,2}\times10^{-7}}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{20}^{\,10}}{\cancel{27}} = 2.00\times10^{-6}$$

IV

問1　温度が一定の下で一定量の気体の圧力と体積の積が一定となるという法則 (33字)

問2　$p_0 + \frac{mg}{S}$



問3　シリンダーとピストンを一体として捉えると　$F + mg = X$

ピストンにかかる力のつりあい.　$F + mg + p_0S = pS$

ボイルの法則　$(p_0 + \frac{mg}{S})SL_0 = pSL$

これらを連立して　$pS = X + p_0S$

$(X + p_0S)L = (p_0S + mg)L_0$

$X = \frac{(p_0S + mg)L_0}{L} - p_0S$

問4　グラフから読みとり易い値として

$(\frac{1}{L}, X) = (0.21, 32), (0.19, 19)$

を読みとって問3の式に代入する

$32 = (p_0S + mg)L_0 \times 0.21 \times 100 - p_0S$

$19 = (p_0S + mg)L_0 \times 0.19 \times 100 - p_0S$

連立して　$32 = (100 + \frac{p_0S}{19}) \times 21 - p_0S$

$11 = (\frac{21}{19} - 1)p_0S$

$p_0 = 11 \times \frac{19}{2} \times \frac{1}{S} = \frac{11 \times 19}{2} \times \frac{1}{10 \times 10^{-4}} = 104.5 \times 10^3 = 1.0 \times 10^5$ (Pa)

問5　ボイルの法則.

図1の状態での体積を V_0 として

$p_0V_0 = (p_0 + \frac{mg}{S})L_0$

問4より $p_0 = \frac{209}{2} \times 10^3$,　$(p_0S + mg)L_0 = 1 + \frac{p_0S}{19}$ を代入

$\frac{209 \times 10^3}{2} V = 1 + \frac{p_0S}{19}$

$V = \frac{2}{209 \times 10^3}\left(1 + \frac{\frac{209}{2} \times 10^3 \times 10 \times 10^{-4}}{19}\right) = \frac{2}{209 \times 10^3} \times (1 + \frac{209}{38})$

$= \frac{2}{209} \times \frac{247}{38} \times 10^{-3} = 6.22 \times 10^{-5} = 6.2 \times 10^{-5}$