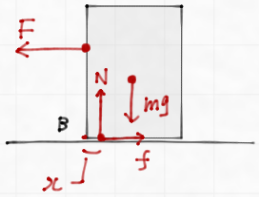
京都工芸繊維大2015後期

1



力のつりあい $\begin{cases} N = mg \\ F = f \leqq \mu_0 N \end{cases}$

モーメントのつりあい　$F \cdot \frac{2}{3}b + Nx = mg \cdot \frac{a}{2}$　, $x \geqq 0$

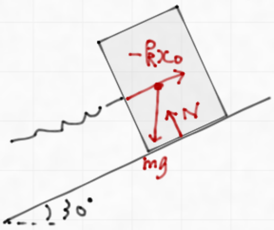
(1) $f = \mu_0 N$ のときすべり始めるので　$F = \mu_0 mg$

(2) $x = 0$ のとき　回転し始める　$\frac{2}{3}Fb = \frac{a}{2}mg$　　$F = \frac{3amg}{4b}$

(3) すべりださず $(f < \mu_0 N)$ 回転する $\left(F = \frac{3amg}{4b}\right)$ ので

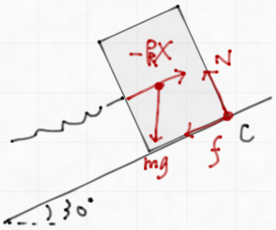
$F = \frac{3amg}{4b} < \mu_0 mg$　　$\mu_0 > \frac{3a}{4b}$

$-x_0$ だけ縮んでいることに注意



(4) 力のつりあい　$-kx_0 = mg\sin 30^\circ$ より　$x_0 = -\frac{mg}{2k}$

左下図で　力のつりあい $\begin{cases} -kX = f + mg\sin 30^\circ \\ N = mg\cos 30^\circ \qquad f \leqq \mu_0 N \end{cases}$



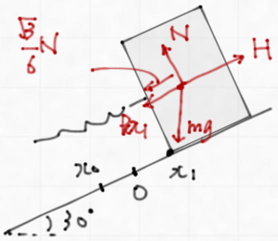
(5) モーメントのつりあい　$mg\sin 30^\circ \cdot \frac{b}{2} + mg\cos 30^\circ \cdot \frac{a}{2} = -kX \cdot \frac{b}{2}$

$bkX = -\frac{1}{2}mgb - \frac{\sqrt{3}}{2}mga$　　$\therefore X = -\frac{mg}{2k} - \frac{\sqrt{3}amg}{2bk}$

(このとき $f < \mu_0 N$ がなりたっていることが条件で、確認すると

$-\frac{1}{2}mg - k\left(-\frac{mg}{2k} - \frac{\sqrt{3}amg}{2bk}\right) < \mu mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ より　$a < \mu b$.

問題文中の $a < \mu b$ はこのための条件だったことが分かる)



(6) ゆっくりとひきあげているので　加速度は 0

$\begin{cases} H = \frac{\sqrt{3}}{6}N + kx_1 + mg\sin 30^\circ \\ N = mg\cos 30^\circ \end{cases}$　　$\therefore H = \frac{3}{4}mg + kx_1$

(7) $W = \int_{x_0}^{-2x_0} H\,dx = \left[\frac{3}{4}mgx + \frac{1}{2}kx^2\right]_{x_0}^{-2x_0}$

$= \frac{3}{4}mg(-2x_0) + \frac{1}{2}k \cdot 4x_0^2 - \frac{3}{4}mgx_0 - \frac{1}{2}kx_0^2$

$= -\frac{9}{4}mg\left(-\frac{mg}{2k}\right) + \frac{3}{2}k\left(-\frac{mg}{2k}\right)^2$

$= \frac{3m^2g^2}{2k}$

(別解)

ひきあげる力のする仕事 + まさつのする仕事 = (重力の)位置エネルギーの変化量 + 弾性エネルギーの変化量

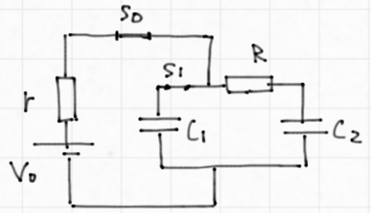
$W \quad - \frac{\sqrt{3}}{6}N \times (-2x_0 - x_0) = mg \cdot (-2x_0 - x_0) \cdot \sin 30^\circ + \frac{1}{2}k(2x_0)^2 - \frac{1}{2}kx_0^2$

$W - \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(3 \cdot \frac{mg}{2k}\right) = \frac{1}{2}mg\left(3 \cdot \frac{mg}{2k}\right) + 2k\left(\frac{mg}{2k}\right)^2 - \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{2k}\right)^2$

$W - \frac{3}{8k}m^2g^2 = \frac{3}{4k}m^2g^2 + \frac{1}{2k}m^2g^2 - \frac{1}{8k}m^2g^2 = \frac{3m^2g^2}{2k}$

11

(1) C_1、C_2の容量は $\varepsilon_0 \frac{A}{D}$



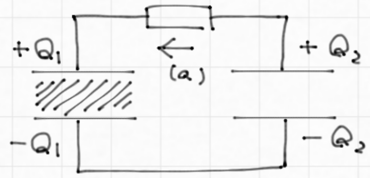
ここに V_0 (V) の電圧が加わっているので C_1 に蓄えられている電荷は

$\varepsilon_0 \frac{AV_0}{D}$ (V)

(2) (ア) C_1の容量は $2\varepsilon_0 \frac{A}{D}$ に変わる

(イ) S_1が開いているとC_1の電荷は移動できない。容量は2倍、電荷は変わらないので電圧は

$\frac{1}{2}$倍の $\frac{V_0}{2}$ となる



(ウ) エネルギーは $\frac{1}{2}\left(2\varepsilon_0 \frac{A}{D}\right)\left(\frac{V_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\varepsilon_0 \frac{A}{D} V_0^2 = \frac{\varepsilon_0 A V_0^2}{4D}$

(3) 電荷保存 $Q_1 + Q_2 = \varepsilon_0 \frac{AV_0}{D} \times 2$

回路の式 $\dfrac{Q_1}{2\varepsilon_0 \frac{A}{D}} = \dfrac{Q_2}{\varepsilon_0 \frac{A}{D}}$

(ア) 上式を連立. $Q_1 = \varepsilon_0 \frac{AV_0}{D} \times 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4\varepsilon_0 A V_0}{3D} > \varepsilon_0 \frac{AV}{D}$

C_1の電荷が増加しているので、電流は (a) の方向に流れたことが分かる

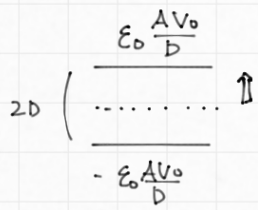
(イ) $\dfrac{Q_1}{2\varepsilon_0 \frac{A}{D}} = \frac{2}{3} V_0$

(ウ) C_1のエネルギー $U_1 = \frac{1}{2} 2\varepsilon_0 \frac{A}{D}\left(\frac{2}{3}V_0\right)^2 = \frac{4\varepsilon_0 A V_0^2}{9D}$

C_2のエネルギー $U_2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{A}{D}\left(\frac{2}{3}V_0\right)^2 = \frac{2\varepsilon_0 A V_0^2}{9D}$ へと変化したので、

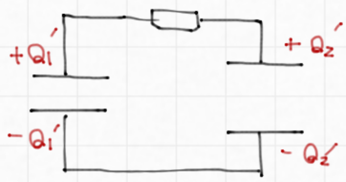
$$\left(\frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{A}{D} V_0^2 + \frac{\varepsilon_0 A V_0^2}{4D}\right) - \left(\frac{4\varepsilon_0 A V_0^2}{9D} + \frac{2\varepsilon_0 A V_0^2}{9D}\right) = \frac{\varepsilon_0 A V_0^2}{12D}$$

(4) (ア) $\varepsilon_0 \frac{A}{2D} = \frac{\varepsilon_0 A}{2D}$ (イ) $2V_0$ (ウ) $\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_0 A}{2D}\right)(2V_0)^2 = \frac{\varepsilon_0 A V_0^2}{D}$



(5) 電荷保存 $Q_1' + Q_2' = \varepsilon_0 \frac{AV_0}{D} \times 2$

回路の式 $\dfrac{Q_1'}{\varepsilon_0 \frac{A}{D}} = \dfrac{Q_2'}{\varepsilon_0 \frac{A}{2D}}$



(ア) 上の式を連立して $Q_1' = \varepsilon_0 \frac{AV_0}{D} \times 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4\varepsilon_0 A V_0}{3D} > \varepsilon_0 \frac{AV}{D}$

C_1の電荷が増加しているので、電流は (a) の方向に流れたことが分かる

(イ) $\dfrac{Q_2'}{\varepsilon_0 \frac{A}{2D}} = \frac{4}{3} V_0$

(ウ) エネルギーの減少量が消費されたエネルギーに等しい

$$\frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{A}{D} V_0^2 + \frac{\varepsilon_0 A V_0^2}{D} - \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 \frac{A}{D} + \frac{\varepsilon_0 A}{2D}\right)\left(\frac{4}{3}V_0\right)^2 = \frac{\varepsilon_0 A V_0^2}{6D}$$

(6) 電流が流れなかったことから C_1 と C_2 の容量が等しくなっていると分かる

$\varepsilon_1 \frac{A}{D} = \varepsilon_0 \frac{A}{H}$ $\therefore$ $\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_0 D}{H}$