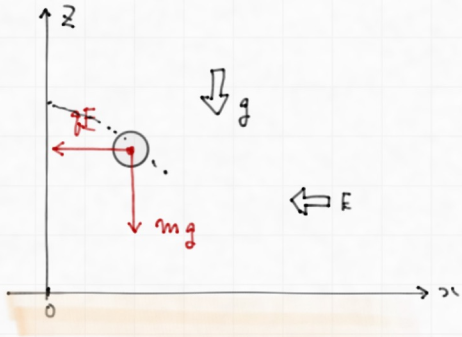
# 立教大学2024理

**1**

小球にかかる力は右のとおり。




x, z方向の加速度を $a_x$, $a_z$ として

$$\begin{cases} m a_x = -qE \\ m a_z = -mg \end{cases} \qquad a_x = -\frac{qE}{m}, \quad a_z = -g$$

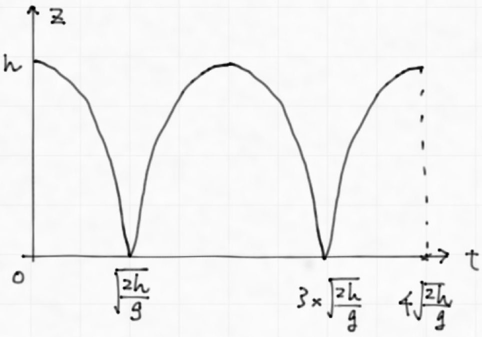
1回目の衝突までの小球の運動は

$$\begin{cases} x = vt + \frac{1}{2} a_x t^2 = vt - \frac{qE}{2m} t^2 \\ z = h - \frac{1}{2} a_z t^2 = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

小球が初めて地面に衝突するのは $z=0$ のときで　$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$　（あの答えは **c**）

そのとき、小球のx座標は　$x = v\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{qE}{2m}\left(\sqrt{\frac{2h}{g}}\right)^2 = v\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{qEh}{mg}$　（いの答えは **b**）

z方向の運動について、弾性衝突するので元の高さまで戻ってくる。このことから z座標の時間変化は右のようになることが分かり、2回目の衝突後、z=hまで戻るために要する時間は（あ）の4倍の $4\sqrt{\frac{2h}{g}}$ と分かる。この選択肢が無いので $x=0$ となるときの時刻を考えると、




$$0 = vt - \frac{qE}{2m}t^2 \quad より \quad t = \frac{2mv}{qE}$$　（うの答は **e**）

$x=0$ のとき $z=h$ となり、かつ、地面と2回衝突したので

$$4\sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{2mv}{qE} \qquad \therefore\ v = \frac{2qE}{m}\sqrt{\frac{2h}{g}}$$　（えの答は **d**）

2

アルミニウムの比熱を $\rho$ [J/g·K] とする。

300g のアルミニウム製コップの熱容量は $300\rho$ [J/K]

90°C の水を加えることによって コップと水は 25°C から 35°C に変わり、90°C の水は 90°C から 35°C になる。

$$(300\rho + 210 \times 4.2)(35-25) = 50 \times 4.2 \times (90-35)$$

$$3000\rho + 8820 = 11550$$

$$\rho = \frac{2730}{3000} = 0.91 = \mathbf{9.1 \times 10^{-1}} \quad \ldots (い)$$

$$300\rho = 273 = \mathbf{2.7 \times 10^{+2}} \quad \ldots (あ)$$

あ イ **2** ロ **7** ハ **+** ニ **2**　　い イ **9** ロ **0** ハ **+** ニ **1**

混合後の水とコップの熱容量は　$(210+50) \times 4.2 + 300\rho = 1365.3 = 1.36 \times 10^{3}$

10 (V) の電圧をかけたとき抵抗を流れる電流は　$\frac{10}{2} = 5$ (A) だから。

抵抗での消費電力は　$10 \times 5 = 50$ (W)

300 秒での消費電力の総和は　$50 \times 300 = 15000$ (J) だから。

温度が $\Delta t$ 度上がるものとして

$$15000 = 1.36 \times 10^{3} \times \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{15}{1.36} = 11.0$$

したがって温度は　$35 + 11.0 = 46.0 = \mathbf{4.6 \times 10^{+1}}$ [°C] となる　　う イ **4** ロ **6** ハ **+** ニ **1**

3

A 1. あ　$E = -k\times\frac{q}{d^2} + k\cdot\frac{2q}{(4d)^2} = -\frac{7kq}{8d^2}$

い　$V = k\cdot\frac{q}{d} + k\frac{(-2q)}{4d} = \frac{kq}{2d}$

う.え.　位置$x$での電位を$V_x$とすると

$x<d$のとき　$V_x = k\cdot\frac{q}{d-x} + k\frac{(-2q)}{4d-x} = kq\times\frac{4d-x-2d+2x}{(d-x)(4d-x)} = \frac{kq(2d+x)}{(d-x)(4d-x)}$

$V_x=0$となるのは　$x=-2d$ …(う)

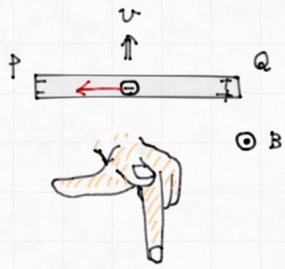
$d<x<4d$のとき　$V_x = k\frac{q}{x-d} + k\frac{(-2q)}{4d-x} = kq\times\frac{4d-x-2x+2d}{(x-d)(4d-x)} = \frac{6d-3x}{(x-d)(4d-x)}$

$V_x=0$となるのは $x=2d$ …(え)

$x>4d$のとき　$V_x = k\frac{q}{x-d} + k\frac{(-2q)}{x-4d} = kq\times\frac{x-4d-2x+2d}{(x-d)(x-4d)} = \frac{-x-2d}{(x-d)(x-4d)}$

$V_x=0$となるのは　$x=-2d$　これは $x>4d$ の範囲外.

B 2,3　右図より **QからP**の向き(Aの答えは**a**)に **$evB$**(お) の大きさの力を受け Pは**負**(Bの答えは**d**)に、Qは**正**(Cの答えは**c**)に帯電し、**QからP**の向き(Dの答えは**a**)の電場が生じる. その大きさを$E$とすると電子には $eE$ (N) の力が加わり. この力とローレンツ力がつりあうまで電子は移動する




$$evB = eE$$

より　$E = vB$(カ) (N/C)

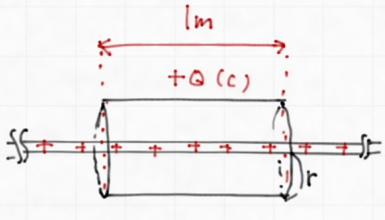
このとき、長さ$L$の導体棒に生じる電位差は　$EL = BvL$(キ) (V) となっている.

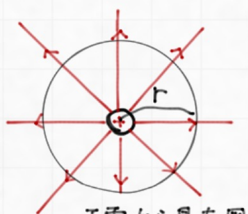
C. 4.　Q(C)の電荷からは　$4\pi kQ$(本)の電気力線が生じている

棒の中心からr離れた点を集めると $2\pi r\times 1$ (m²)の面積の円筒となるので単位面積あたりの電気力線は

$$\frac{4\pi kQ}{2\pi r} = \frac{2kQ}{r} \quad (本/m^2) = (N/C)$$

となり. これが電場の大きさと一致している.

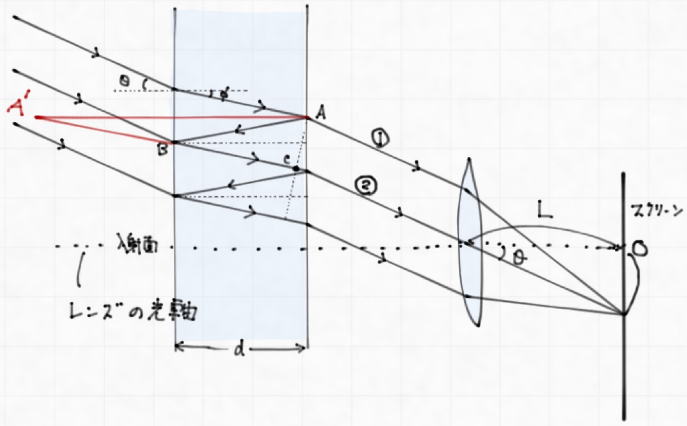



正面から見た図

4 1. あ 屈折の法則より

$$\frac{\sin\theta}{\sin\phi} = \frac{n}{1} \Leftrightarrow \sin\theta = n\sin\phi$$




2. い. AとA入射面について対称な点をA'とすると

$$AB + BC = A'B + BC = A'C = AA'\cos\phi = 2d\cos\phi$$

したがって光線②は①よりも

$$(AB+BC)\times n = 2nd\cos\phi$$

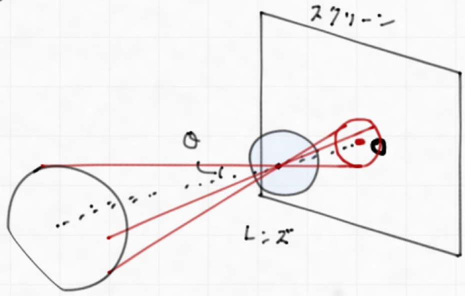
だけ長い光学距離を進み $2nd\cos\phi = m\lambda$ を満たすとき強めあう.

3. う レンズの光軸とスクリーンの交点をOとし、レンズ中心とOとの距離をLとする.

入射角θで入射した平面光はOから $L\tan\theta$ 離れた点で像を結ぶ

入射光のうちレンズの光軸の法線とθの角をなす方向のものは

同じように強めあうので半径 $L\tan\theta$ の同心円が生じる




2.での考察より

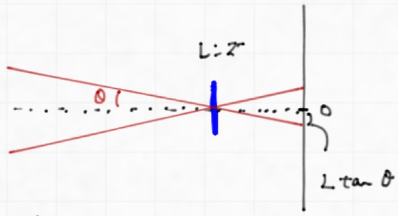
$$\cos\phi = \frac{\lambda}{2nd}\times m$$

上式を満たすφについて $\frac{\lambda}{2nd}$ の値が小さいほど

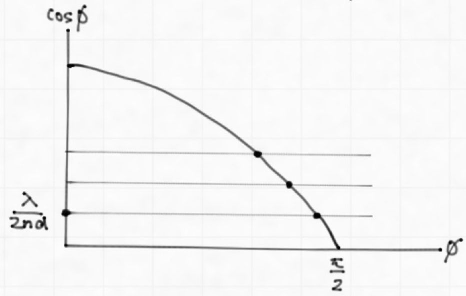
φの値の間隔は小さくなり、それは強めあいの条件を

満たすθの間隔が小さくなることを意味し明環の間隔が

狭くなることを意味する.




選択肢 b, c, d は上の条件に反するので誤りで. 正解は a




選択肢 a について検証する.

θ, φ が十分に小さいものと考えると

$$L\tan\theta \fallingdotseq L\theta \fallingdotseq Ln\phi$$

右グラフより φは $\frac{\pi}{2}$ に近付く(大きくなる)につれ間隔が狭く

なっている、これは選択肢 a が正しいことを示している.

5

あ $\lambda_e = \dfrac{h}{mv}$

い 陽子は $Z$ 個 $Ze$ (c)

う $\dfrac{mv^2}{r} = k_0 \dfrac{Ze \times e}{r^2} = k_0 \dfrac{Ze^2}{r^2}$

え $\begin{cases} 2\pi r_n = n\dfrac{h}{mv} & \cdots ① \\ \dfrac{mv^2}{\cancel{r}} = k_0 \dfrac{Ze^2}{r^{\cancel{2}}} & \cdots ② \end{cases}$

①より $m^2v^2 = \dfrac{n^2h^2}{4\pi^2r^2}$ を②に代入

$\dfrac{n^2h^2}{4\pi^2r^{\cancel{2}}} = \dfrac{k_0 Ze^2}{\cancel{r}}m \iff r_n = \dfrac{n^2h^2}{4\pi^2k_0Ze^2m} = \dfrac{h^2}{4\pi^2k_0Ze^2m}n^2$

お $U = -k_0\dfrac{Ze^2}{r}$

か $E = \dfrac{1}{2}mv^2 - k_0\dfrac{(Z-1)e^2}{r} = \dfrac{1}{2}k_0\dfrac{(Z-1)e^2}{r} - k_0\dfrac{(Z-1)e^2}{r} = -\dfrac{k_0Ze^2}{2r}$

き $E_n = -\dfrac{k_0(Z-1)e^2}{2} \times \dfrac{4\pi k_0(Z-1)e^2m}{n^2h^2} = -\dfrac{2\pi^2k_0^2Z^2e^4m}{h^2}\cdot\dfrac{1}{n^2}$

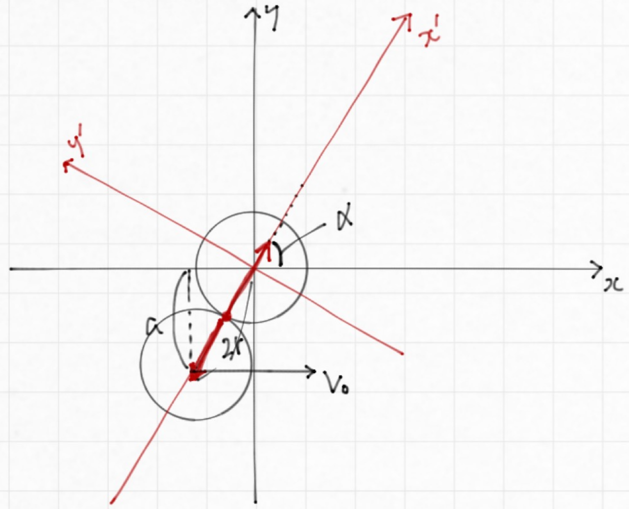
6

あ. Aが受ける力積は右図の向きで

したがって $\sin\alpha = \dfrac{a}{2r}$

い. 右図より $V_{0x}' = V_0\cos\alpha$

う $V_{0y}' = -V_0\sin\alpha$




え.お. 運動量保存

$$MV_{0x}' = mv_x' + MV_x'$$

$$MV_{0y}' = m\times 0 + MV_y'$$

より $V_{0x}' = \dfrac{m}{M}v_x' + V_x'$ , $V_{0y}' = V_y'$

か. はねかえりの式より

$$-e = \frac{V_x' - v_x'}{V_{0x}' - 0} \quad \text{より} \quad e = \frac{v_x' - V_x'}{V_{0x}'}$$

き. ここまでの式を連立

$$V_{0x}' = \frac{m}{M}v_x' + v_x' - eV_{0x}' \quad \text{より} \quad \frac{v_x'}{V_{0x}'} = \frac{(1+e)M}{m+M}$$

く

$$\frac{V_x'}{V_{0x}'} = \frac{V_{0x}' - \frac{m}{M}v_x'}{V_{0x}'} = 1 - \frac{(1+e)m}{m+M} = \frac{M-me}{m+M}$$

け

$$\frac{1}{2}M(V_{0x}'^2 + V_{0y}'^2) - \frac{1}{2}M(V_x'^2 + V_y'^2) - \frac{1}{2}m(v_x'^2 + 0^2)$$

$$= \frac{1}{2}MV_0^2 - \frac{1}{2}M\left(\frac{M-me}{m+M}\right)^2 V_{0x}'^2 + \frac{1}{2}MV_{0y}'^2 - \frac{1}{2}m\left(\frac{(1+e)M}{m+M}\right)^2 V_{0x}'^2$$

$$= \frac{Mm(1-e^2)V_0^2\cos^2\alpha}{2(m+M)}$$